

جديد



«Collection Pilote»

في الرياضيات

☆ مراجعة عامة

☆ تمارين وإصلاح

☆ فروض مراقبة و تأليفية

8

لتلاميذ السنة الثامنة

من التعليم الأساسي

معمر لملومي ★ الهادي عبد لاوي

مطابق للبرامج الرسمية

طبعة منقحة

مقدمة

هذا الكتاب موجه إلى تلاميذ السنة الثامنة من التعليم الأساسي وهو يندرج ضمن سلسلة **Collection Pilote** وهو كتاب ثري يفيد التلميذ في مراجعة دروسه وتشخيص مكتسباته. وهو يتضمن ما يلي:

❖ مراجعة عامة للدروس.

❖ تمارين متنوعة تتلائم مع المستويات المختلفة للتلاميذ.

❖ فروض مراقبة وتأليفية.

نريد من هذا الكتاب إعداد التلميذ لمراجعة كاملة و شاملة لمختلف المفاهيم الواردة ببرنامج الرياضيات للسنة الثامنة من التعليم الأساسي والتأليف بينها وتهيئته لاجتياز أي اختبار أو المبياد بامتنياز.

بذلك يكون هذا الكتاب أحسن إعداد للتلميذ لبقية الأقسام القادمة.

نأمل أن يكون هذا العمل خير سند للتلميذ والمدرّس، وهو ككل عمل قابل للمراجعة والتطوير. وفي الختام نشكر الأساتذة عبد الكريم الدرعي ومحمد بن عمار و ناجي مخلوفي على النقد والملاحظات.

الفهرس

الإصلاح	التمارين	
1	3	1 - أنشطة في الحساب
7	7	2- مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية
9	10	3- الجمع و الطرح و الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية
14	14	4- الأعداد الكسرية
17	17	5- الجمع والطرح في مجموع الأعداد الكسرية النسبية
25	21	6- الضرب والقسمة في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية
30	25	7- القوى في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية
37	29	8- المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد
44	33	9- التناسب
48	36	10- أنشطة حول الإحصاء والاحتمالات
55	41	11- التناظر المركزي
59	46	12- الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم
63	50	13- تقايس المثلثات
69	56	14- رباعيات الأضلاع
72	61	15- الهرم والمخروط و الكرة
75	65	16- التوازي في الفضاء
79	72	17- الفروض

مراجعة عامة

- 1- أ- نعتبر a و b عددين صحيحين طبيعيين حيث $b \neq 0$
- القسمة الإقليدية للعدد a على العدد b تعني كتابة العدد a على شكل $a = b \times q + r$ حيث q و r عددان صحيحان طبيعيين و $r < q$. a يسمى المقسوم، b يسمى القاسم، q يسمى خارج القسمة، r يسمى الباقي.
 - يكون العدد b قاسما للعدد a إذا كان $r = 0$.
- ب- عدد أولي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 ولا يقبل القسمة إلا على 1 وعلى نفسه.
- 2- قابلية القسمة على: 4، 8، 25:
- أ) - يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين (رقم الآحاد ورقم العشرات) قابلا للقسمة على 4.
- باقي قسمة عدد على 4 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 4.
- ب- يكون عدد (أكبر من 99) قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من رقميه الأخيرين (رقم الآحاد ورقم العشرات) قابلا للقسمة على 25.
- باقي قسمة عدد على 25 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من رقميه الأخيرين على 25.
- ج- يكون عدد (أكبر من 999) قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة (رقم الآحاد ورقم العشرات ورقم المئات) قابلا للقسمة على 8.
- باقي قسمة عدد على 8 هو نفس باقي قسمة العدد المتكون من أرقامه الثلاث الأخيرة على 8.

التمارين

تمرين عدد 01: أكمل تعميم الجدول التالي:

المقسوم	القاسم	خارج القسمة	الباقي
436		17	11
1756	13	135	
	45	99	33
6519	50		
17411		145	

تمرين عدد 02:

نعتبر a و q و r أعداد صحيحة طبيعية حيث $q \neq 0$ و $a = q \times 11 + r$.

- (1) قارن بين العددين q و r .
- (2) أثبت أن العدد $a - r$ مضاعفا للعدد q .

تمرين عدد 03:

أجب بـ "صواب" أو "خطأ":

- (1) كل عدد صحيح طبيعي مخالف للصفر هو قاسم لنفسه ولصفر.
- (2) كل عدد صحيح طبيعي هو مضاعف لنفسه و لواحد.
- (3) العدد 1 هو أولي
- (4) يكون عدد صحيح طبيعي أوليا إذا كان له قاسما واحدا.
- (5) كل عدد أولي هو فردي.
- (6) كل عدد صحيح طبيعي غير أولي يمكن تفكيكه إلى جذاء عوامل أولية.
- (7) يقبل عدد صحيح طبيعي القسمة على 8 إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 8.
- (8) كل عدد صحيح طبيعي فردي هو أولي.

تمرين عدد 04: (1) اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 4:

3172 ، 0 ، 8749 ، 59908 ، 16591 .

(2) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 4 ؟

تمرين عدد 05:

(1) اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 25:

4975 ، 34545 ، 25976 ، 0 ، 83550 .

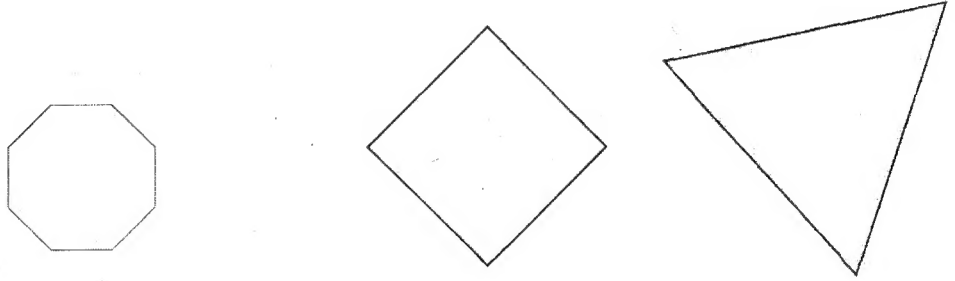
(2) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 25 ؟

تمرين عدد 06:

(1) اذكر من بين الأعداد التالية تلك التي تقبل القسمة على 8 : 19720 ، 35891 ، 16104 ، 0 ، 419173 .

(2) ما هو باقي قسمة كل عدد من الأعداد السابقة على 8 ؟

تمرين عدد 07: الأشكال التالية لها نفس المحيط والأضلاع المناسبة لها أعداد صحيحة طبيعية



ثمانى أضلاع متقايس الأضلاع

معين

مثلث متقايس الأضلاع

ما هو العدد المناسب لمحيط الأشكال السابقة من بين الأعداد التالية مع تعليل الجواب.

{ 160 , 222 , 180 , 360 }

ملاحظة: لم يقع اعتماد نفس السلم في رسم هذه الأشكال.

تمرين عدد 08: عوض في كل حالة الرمز * برقم ليكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 4:

47*2 ، 1589* ، 743*0 ، 1796* ، 7945*6 .

تمرين عدد 09: عوض في كل حالة الرمز * برقم ليكون العدد المتحصل عليه قابلا للقسمة على 25:

437* ، 971*0 ، 743*5 ، 3465* .

تمرين عدد 10: ضع رقما مكان الحرف x لكي يصبح العدد قابلا للقسمة في نفس الوقت على 4 و 3 :

37x2 ، 509x4 ، 815x8 ، 536x .

تمرين عدد 11: ضع رقما مكان كل نقطة لكي يصبح العدد قابلا للقسمة في نفس الوقت على 8 و 9 :

235•72 ، 781•0 ، 587•88 .

تمرين عدد 12: ضع رقما مكان كل نقطة لكي يصبح العدد قابلا للقسمة في نفس الوقت على 25 و 3 :

427•0 ، 89•5 ، 372•0 ، 393•5 .

تمرين عدد 13: نعتبر a عدد صحيح طبيعي مضاعفا للعدد 35 و b عدد صحيح طبيعي مضاعفا للعدد 21 .

(1) بين أن العدد a+b يقبل القسمة على 7 .

(2) بين أن العدد a×b يقبل القسمة على 15 .

تمرين عدد 14:

(1) هل أن كل عدد قابل للقسمة على 4 و 5 في نفس الوقت يقبل القسمة على 20؟ علل جوابك .

(2) هل أن كل عدد قابل للقسمة على 4 و 6 يقبل القسمة على 24؟ أعط مثال يدعم جوابك .

تمرين عدد 15:

(1) فكك إلى جذاء عوامل أولية الأعداد التالية: 48 ، 108 ، 300 .

(2) احسب المجموع $300+108+48$ ثم استنتج أن العدد 456 قابل للقسمة على $2^2 + 3^2 + 5^2$.

تمرين عدد 16: نعتبر a و n و p أعدادا صحيحة طبيعية حيث $p < n$. بين أن العدد a^{n-p} قاسما للعدد a^n .

تمرين عدد 17: نعتبر a عددا صحيحا طبيعيا. بين أن العدد $a^{2006} + a^{2007} + a^{2008}$ يقبل القسمة على العدد $a^2 + a + 1$.

تمرين عدد 18: (1) فكك إلى جذاء عوامل أولية الأعداد التالية: 24 ، 54 ، 180 ، 336

(2) ابحث عن: ق.م.أ (336,180) ، ق.م.أ (100,54) ، م.م.أ (54,24).

(3) اختزل إلى أقصى حد الأعداد الكسرية التالية: $\frac{54}{180}$ ، $\frac{180}{336}$

(4) نعتبر $a = 336$ و $b = 24$. بدون إنجاز عملية قسمة، بين أن العدد $a - b$ يقبل القسمة على 13 وأن العدد $a + b$ يقبل القسمة على 15

تمرين:19: (1) أ) حدد ق.م.أ (252;396)

(ب) ما هي مجموعة القواسم المشتركة لـ 252 و 396

(2) لعامل قضيبان من الحديد طول الأول 252cm وطول الثاني 396cm. يريد أن يقسمهما إلى قطع متساوية الطول بحيث لا يزيد طول القطعة الواحدة على 20cm ولا يقل على 10cm.

(أ) ما هو أكبر طول ممكن لكل قطعة؟ وكم عددها؟

(ب) ما هو أصغر طول ممكن لكل قطعة؟ وكم عددها؟

تمرين عدد 20: نعتبر العدد $x78$ حيث x عدد صحيح طبيعي.

(1) ابحث عن باقي القسمة الإقليدية للعدد $x78$ على 25

(2) ابحث عن العدد x إذا علمت أن خارج القسمة الإقليدية للعدد $x78$ على 4 هو 2419.

تمرين عدد 21: نعتبر العدد $y168$ حيث y عدد صحيح طبيعي.

(1) هل أن العدد $y168$ يقبل القسمة على 8 ؟

(2) ابحث عن العدد y إذا علمت أن خارج القسمة الإقليدية للعدد $y168$ على 25 هو 366.

تمرين عدد 22:

(1) نعتبر a و b عددين صحيحين طبيعيين حيث b قاسم لـ a . ابحث عن:

ق.م.أ (b,a) ، م.م.أ (b,a) ، ق.م.أ $(1,a)$ ، م.م.أ $(0,b)$

(2) نعتبر n و p عدنان صحيحين طبيعيين حيث $n = 2p$ ابحث عن: ق.م.أ (p,n) ، م.م.أ (p,n)

تمرين عدد 23: نعتبر x و y عدنان صحيحان طبيعيين حيث $xy = 3888$. ابحث عن:

م.م.أ (y,x) علما أن $18 = \text{ق.م.أ}(y,x)$

تمرين عدد 24: بمؤسسة إعدادية عدد التلاميذ بالسنة الثامنة محصور بين 300 و 400. قام مدير المؤسسة في مرة

أولى بتوزيعهم بالتساوي على 12 قسم فكان الباقي 5 تلاميذ. فأعاد في مرة ثانية توزيعهم بنفس الطريقة على 15 قسم

فكان الباقي كذلك 5 تلاميذ. ابحث عن عدد التلاميذ.

تمرين عدد 25: (1) أثبت أن $n^2 + 11n + 36 = (n+3)(n+8) + 12$ ، $n \in \mathbb{N}$

(2) ابحث عن الأعداد الطبيعية n ليكون $n+3$ قاسم لـ $n^2 + 11n + 36$

تمرين عدد 26

قام يوسف بقسمة العدد 2011 على عدد آخر فتحصل على باقي يساوي 1011
ماذا فعل؟ يوسف:

(أ) قام بقسمة العدد 2011 على 1200 ؛ (ب) قام بقسمة العدد 2011 على 1000 ؛ (ج) قام بقسمة العدد 2011 على 1100
(د) قام بقسمة العدد 2011 على 1010 ؛ (هـ) قام بخطأ

تمرين عدد 27:

أثبت أنه إذا كان باقي قسمة عدد طبيعي n على 3 يساوي 2 إذن 3 قاسم لـ $n(n+1)$.

أثبت أن 3 قاسم للعدد $(413003)^2 + 413003$

تمرين عدد 28:

ليكن P عددا طبيعيا . أثبت أن $p(p+1)$ زوجي.

ليكن n عدد طبيعيا فرديا أثبت أن 8 قاسم لـ $(n-1)(n+1)$.

تمرين عدد 29: ليكن d عدد طبيعيا قاسما لـ 6678 و d قاسم لـ 6669.

أثبت أن d قاسم لـ 9.

استنتج ق.م.أ (6678;6669).

تمرين عدد 30: بين أن العدد $2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + 2^{103}$ قابل للقسمة على 15.

تمرين عدد 31:

أوجد العدد الصحيح الطبيعي المحصور بين 400 و 450 وباقي قسمته على 2 أو 3 أو 4 أو 5 يساوي 3.

تمرين عدد 32: قام أستاذ رياضة باختيار 30 تلميذ من السنة السابعة و 36 تلميذ من السنة الثامنة و 42 تلميذ من السنة التاسعة. أراد أن يكون منهم جميعا فرق لإقامة مباريات في كرة القدم بحيث كل فريق يشمل على نفس العدد من كل مستوى. (1) كم عدد الفرق؟

(2) كم هو عدد التلاميذ من نفس المستوى بكل فريق؟

تمرين 33: يمكن تبليط بيت مستطيلة الشكل بنوعين من الجليز شكل الواحدة من النوع الأول مربع ضلعه 30 cm

وشكل الواحدة من الثاني مربع ضلعه 25 cm.

دون اللجوء إلى أجزاء من أي نوع منهما، أوجد لعددي البيت إذا علمت أنهما محصوران بين 5 m و 8 m.

تمرين 34: منارة على شاطئ البحر تبعث إشارة حمراء

كل 10 ثوان وإشارة خضراء

كل 14 ثانية. تبعث الإشارتان في آن واحد على الساعة

السابعة مساء.

(1) بعد كم من الوقت تنبعث الإشارتان في آن واحد؟

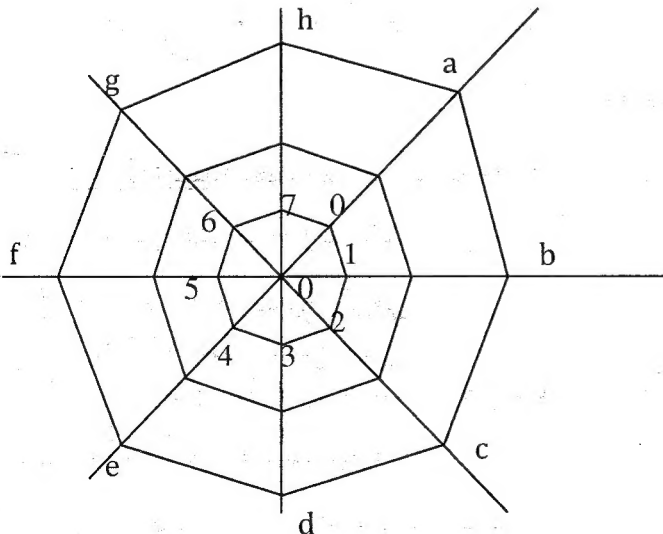
(2) كم من مرة تنبعث الإشارتان في آن واحد إلى حدود

الساعة الثامنة مساء و 3 دقائق؟

تمرين عدد 35: تأمل الشكل التالي ثم حدد نصف المستقيم

الذي يوجد عليه باقي القسمة لكل من الأعداد 13 ، 26 ،

33 ، 320 ، 406 ، 767 ، 1779 على 8



مراجعة عامة

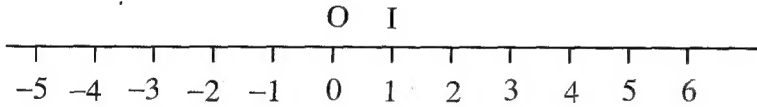
مراجعة عامة:

- (1) * $\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية.
- * $\mathbb{Z} = \{ 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots \}$ مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية.
- * $\mathbb{Z}_+ = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$ مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية الموجبة.
- * $\mathbb{Z}_- = \{ 0, -1, -2, -3, -4, \dots \}$ مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية السالبة.
- * $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N} ; \mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \{ 0 \} ; \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_- = \mathbb{Z}$

(2) لتدريج مستقيم بواسطة الأعداد الصحيحة النسبية.

نختار نقطتين مختلفتين منه تمثلان على التوالي العددين 0 و 1 .

- النقطة O التي تمثل العدد 0 تسمى أصل التدريج.
- النقطة I التي تمثل العدد 1 تسمى النقطة الواحدة .
- البعد OI تسمى وحدة التدريج.



(3) ليكن a عددا صحيحا نسبيا و M نقطة

فاصلتها العدد a على مستقيم مدرج بالمعيار (O, I) حيث $OI = 1 \text{ cm}$.

القيمة المطلقة للعدد الصحيح النسبي a هي البعد OM ونرمز لها $|a|$.

(4) إذا كان n عددا صحيحا طبيعيا فإن $|n| = |-n| = n$.

التمارين

تمرين عا01: أجب بصواب أو بخطأ

- (أ) $-\frac{144}{3}$ هو عدد صحيح نسبي.
- (ب) $-\sqrt{9}$ هو عدد صحيح طبيعي.
- (ج) 14,23 هو عدد صحيح نسبي.
- (د) كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي.
- (هـ) $-\frac{15}{2}$ هو عدد صحيح نسبي.
- (و) كل عدد صحيح نسبي هو عدد طبيعي.

تمرين ع-02 دد: أتمم بأحد الرموز التالية : \in أو \notin أو \subset أو \supset أو $=$:

$$\begin{aligned} -4,5 \dots \mathbb{Z}_- & ; 4 \dots \mathbb{Z}_- & ; \frac{-20}{4} \dots \mathbb{Z} & ; 0 \dots \mathbb{Z}_+ & ; \frac{-3}{2} \dots \mathbb{Z} \\ \{0 ; -1 ; 3\} \dots \mathbb{Z}_+ & ; \mathbb{Z}_+ \dots \mathbb{N} & ; \mathbb{Z}_- \dots \mathbb{Z} & ; \mathbb{N} \dots \mathbb{Z} \\ \sqrt{81} \dots \mathbb{N} & ; \left\{ \frac{15}{3} ; 0 ; -7 \right\} \dots \mathbb{N} & ; \left\{ 1 ; \frac{13}{2} ; -5 \right\} \dots \mathbb{Z} \\ -\left| -\frac{30}{5} \right| \dots \mathbb{Z}_- & ; \left| \frac{-13}{5} \right| \dots \mathbb{Z}_+ & ; -\sqrt{16} \dots \mathbb{Z} \end{aligned}$$

تمرين ع-03 دد: اذكر الأعداد الصحيحة النسبية من بين الأعداد التالية:

$$\sqrt{25} ; -\sqrt{40} ; -\sqrt{64} ; -\left(-\frac{54}{3}\right) ; -\frac{100}{19} ; 36 ; -434 ; -\frac{48}{8} ; \frac{19}{3} ; 0 ; \left| -\frac{11}{2} \right| ; -\left| -\frac{15}{3} \right|$$

تمرين ع-04 دد: جد القيمة المطلقة لكل عدد من الأعداد التالية :

$$0 ; -43 ; 363 ; |-49| ; -|-5| ; -\sqrt{25} ; \sqrt{81}$$

تمرين ع-05 دد: لنفرض المجموعة التالية: $A = \{0 ; 2 ; -2 ; 3 ; -3 ; -5 ; 6 ; -6 ; 8\}$

حدّد عناصر كل من المجموعات التالية :

(أ) B هي مجموعة الأعداد الموجبة والمنتمية إلى المجموعة A .

(ب) C هي مجموعة الأعداد السالبة والمنتمية إلى المجموعة A .

(ج) D هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى المجموعة A حيث $|x| = 3$.

(د) E هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى المجموعة A حيث $|x| = 5$.

(هـ) F هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى المجموعة A حيث $|x| = 7$.

(و) G هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى المجموعة A حيث $|x| < 5$.

تمرين ع-06 دد: جد إن أمكن ذلك في كل وضعية من الوضعيات التالية الأعداد الصحيحة النسبية x :

$$-|x| = -9 ; |x| = |-3| ; |x| = 1 ; |x| = 4 ; |x| = 0 ; |x| = -|5| ; |x| = |13| ; |x| = -11$$

تمرين ع-07 دد: جد المجموعات التالية

(أ) A هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث $|x| = 13$.

(ب) B هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث $|x| = x$.

(ج) C هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث $|x| = -x$.

(د) D هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية x بحيث $|x| = -13$.

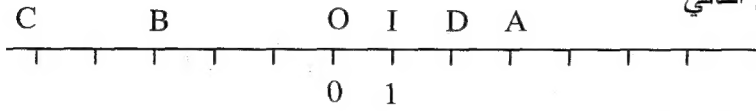
تمرين ع-08دد: نعتبر المجموعات التالية

$$G = \left\{ 0 ; -1 ; -\frac{15}{3} ; 4 \right\} ; F = \left\{ 0 ; -4 ; 1 ; -5 ; -\frac{15}{5} \right\} ; \left\{ 0 ; -3 ; \frac{15}{2} ; -\frac{12}{3} ; 1 \right\}$$

جد المجموعات التالية:

$$\mathbb{Z} \cap E ; F \cap G ; E \cap F ; E \cup G ; E \cup F ; E \cap \mathbb{Z}_- ; \mathbb{Z} \cup F ; G \cap \mathbb{Z}_+ ; \mathbb{N} \cap F$$

تمرين ع-09دد: نعتبر المستقيم المدرج التالي

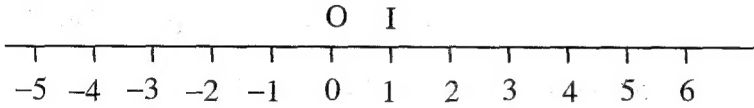


(1) ما هي فاصلة كل من النقاط A و B و C و D .

(2) عَيِّن النقطتين E و F التي فاصلتهما على التوالي (-2) و 4.

(3) عَيِّن النقطة M منتصف [OE] ثم حدّد فاصلتها.

تمرين ع-10دد : نعتبر المستقيم المدرج



التالي حيث $OI = 1 \text{ cm}$.

(1) عَيِّن النقطتين A و B التي فاصلتها

على التوالي 3 و (-2).

(2) احسب : OA و OB .

(3) عَيِّن النقطة M من [OA] حيث $OM = 4 \text{ cm}$. ما هي فاصلة M ؟

(4) عَيِّن النقطة N من (OI) حيث فاصلتها سالبة و $ON = 5 \text{ cm}$.

مراجعة عامة:

* مجموع عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبي قيمته المطلقة هي مجموع القيمتين المطلقتين للعددين و علامته هي علامة العددين

* مجموع عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هو عدد صحيح نسبي قيمته المطلقة هي الفرق بين أكبر و أصغر قيمة مطلقة للعددين و علامته هي علامة العدد الذي له أكبر قيمة مطلقة

* مهما يكن العددان النسبيان a و b فإن: $a+b=b+a$

ونقول إن الجمع في \mathbb{Z} هي عملية تبديلية

* مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبية a و b و c فإن: $(a+b)+c=a+(b+c)$

ونقول إن الجمع في \mathbb{Z} هي عملية تجميعية

* لا يتغير مجموع عدة أعداد صحيحة نسبية بتغيير ترتيب حدوده لاو بتعويض أحد حدوده بمجموع يساويه

* طرح عدد صحيح نسبي يعني إضافة مقابله أي $a-b=a+(-b)$ حيث a و b عددان صحيحان نسبيان

* مهما يكن العددان النسبيان a و b فإن: $(a=b)$ يعني $(a-b=0)$

* عند حذف الأقواس المسبوقة بعلامة (+) لا تتغير العلامات الموجودة داخل الأقواس بينما تتغير كل هذه العلامات عندما تكون الأقواس مسبوقة بعلامة (-)

* مهما يكن العددان الصحيحان النسبيان a و b فإن: $(a \leq b)$ يعني $(a-b \leq 0)$ و $(a < b)$ يعني $(a-b < 0)$

* جداء عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هو عدد صحيح نسبي سالب قيمته المطلقة هي جداء القيمتين المطلقتين لهذين العددين

* جداء عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبي موجب قيمته المطلقة هي

جداء القيمتين المطلقتين لهذين العددين

* في جداء لا تحذف الأقواس لعدد سالب إلا إذا كان هو عامله الأول

* مهما يكن العددان النسبيان a و b فإن: $a \times b = b \times a$

ونقول إن الضرب في \mathbb{Z} هي عملية تبديلية

* مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبية a و b و c فإن: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

ونقول إن الضرب في \mathbb{Z} هي عملية تجميعية

* مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبية a و b و c فإن: $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$

ونقول إن الضرب في \mathbb{Z} هي عملية توزيعية على الجمع

* مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبية a و b و c فإن: $a \times (b-c) = a \times b - a \times c$

ونقول إن الضرب في \mathbb{Z} هي عملية توزيعية على الطرح

* لا يتغير جداء عدة أعداد صحيحة نسبية بتغيير ترتيب عوامله و بتعويض بعض من عوامله بجداء يساويه

التمارين

تمرين عدد 01: احسب:

$$(-20) + (-3) ; 343 + (+15) ; (-92) + 223 ; (-50) - (+49)$$

$$(-237) + (+14) ; (-30) - (-54) ; (+88) - (+22) ; (-29) + (-11)$$

تمرين عدد 02: احسب

$$(-4) + 19 + (-33) ; (-17) - (-20) + 34 ; (+12) + (+120) + (+13)$$

$$(+18) + (-20) + (-15) ; (-144) - (+173) - 15$$

$$(-18) - (+19) + (-30) - 12 ; 39 + (-50) - 45 - 39$$

تمرين عدد 03: احسب :

$$12 - (23 - 45 + 3) - (-12 + 47) ; -[-(32 - 85) + 56] - (56 - 69)$$

$$-(-58) + [-63 + 14 - (35 - 24)] ; [19 - 21 - (-24)] - [-(26) + 18]$$

$$(-89 - 21 - 4) - [-43 - (-5)] - (63 - 47) ; 0 - 56 - [0 - (25 - 39)] + [1 - (-26)]$$

تمرين عدد 04:

أ) احسب: $123 - 456$ و $123 + 456$

ب) احسب بدون إنجاز أية عملية:

$$(123 + 892) - (456 + 892) ; (123 - 252) + (456 + 252) ; (123 - 632) - (456 - 632)$$

$$(123 + 236) + (456 - 236) ; [(123 - 472) + (456 + 472)] + [(123 - 669) - (456 - 669)]$$

تمرين عدد 05:

a و b هما عددان صحيحان نسبيا يحققان $a - b = -12$

احسب:

$$a - (3 + b) ; 12 - (b - 4) + a ; a - 1 - (b - 6) ; -(b - 5) - (-a + 8)$$

$$b - (9 + a) ; -(a - 8) - (1 - b) ; (7 + b) + (3 - a) - 1$$

تمرين عدد 06:

احسب $|a - b|$ و $|a| - |b|$ و $|a| - |b|$ في كل من الحالات التالية:

أ) $a = 2$ و $b = 9$ ؛ ب) $a = -5$ و $b = -7$ ؛ ج) $a = -11$ و $b = 12$ ؛ د) $a = b = -1$ ؛ هـ) $a = -b = -3$

تمرين عدد 07:

جد العدد الصحيح النسبي x في كل من الحالات التالية:

$$-14 + x = 15 ; -x + 11 = 0 ; 5 - (2 - x) = 1 ; (-x - 8) - 9 = 0 ; 7 + [(-6) - x] = -4$$

تمرين عدد 08:

احسب الجذاءات التالية:

$$(-8) \times 9 ; (-5) \times (-3) ; (-6) \times (-9) \times 7 ; (-10) \times (-1) \times (-3) ; (-11) \times (-4) \times (-2) \times (-5)$$

$$(-7) \times 10 \times (-3) \times 6 \times (-5) ; (-77) \times 140 \times (-341) \times 0 \times (-558)$$

تمرين عدد 09:

أعط علامة كل عدد من الأعداد التالية دون حسابها:

$$A = (-17) \times (-89) \times (-49) \times (-57) ; B = (-15) \times (-99) \times (-409) \times 36$$

$$C = (-47) \times (-109) \times 39 \times (-17) \times (-97) ; D = (-457) \times (-29) \times (-39) \times (-127) \times (-90)$$

تمرين عدد 10:

احسب: $ab + 3a - 2b$ و $a(-2b + 5a)$ و $a(1-b) - b(1-a)$ في كل من الحالات التالية:

(أ) $a = -2$ و $b = 0$ ؛ (ب) $a = -3$ و $b = -1$ ؛ (ج) $a = 4$ و $b = 1$ ؛ (د) $a = b = 0$ ؛ (هـ) $a = -b = 1$

تمرين عدد 11:

اكتب في صيغة جذاء العبارات التالية حيث a و b عدنان صحيحان نسبيا:

$$14a + 7 ; -5b + 10 ; -18a - 24 ; ab + 2a ; -3b + 9ab ; -15ab - 5a ; 4 - 8a + 6b ; 3ab - a$$

تمرين عدد 12:

اختصر العبارات التالية حيث x و y عدنان صحيحان نسبيا :

$$x + 2y + 5x - y ; -4y + 2x + 3y - 7x ; -x - y - 8x - 6y ; 17x - y - 19x - y ; -20y - 18x + x + 5y - 12x$$

تمرين عدد 13:

بعد نشوب حريق بإحدى المباني، كان رجل المطافئ في منتصف السلم فصعد 7 درجات، ازداد اللهب فانخفض 5 درجات ثم خفت اللهب فصعد الدرجات التسعة المتبقية ودخل المنزل. كم من درجة يحتوي هذا السلم علما وأنه عدد فردي؟

تمرين عدد 14:

لاحظت مرام أن ساعتها تتأخر 14 ثانية في كل ساعة، عدلتها يوم الأحد في منتصف النهار إلى ماذا تشير ساعة مرام يوم الثلاثاء على الساعة الرابعة مساء.

تمرين عدد 15:

انشر ثم اختصر العبارات التالية حيث a و b عدنان صحيحان نسبيا:

$$3(a+b) + 2(3a+2b) ; -2(a-b) + 5(-a+b) ; 4(-2a+3b) - (a-2b) ; -8a - 7(a-2b) - 2(3a+b)$$

تمرين عدد 16:

اختصر العبارة: $|a| - |b| - |a-b|$ وذلك في كل من الحالات التالية:

(أ) $a \leq b$ و $b \in \mathbb{Z}_+$ و $a \in \mathbb{Z}_+$

(ب) $a \geq b$ و $b \in \mathbb{Z}_-$ و $a \in \mathbb{Z}_-$

(ج) $b \in \mathbb{Z}_-$ و $a \in \mathbb{Z}_+$

(د) a مقابل b

تمرين عدد 17:

نعتبر العبارتين: $A = -2(a-b) + 3(b-2a) + 3a$ و $B = 3(-2a+b) - 2(b-a) + 3(3a-2b)$

حيث a و b عدنان صحيحان نسبيا

(1) أثبت أن $A = 5b - 5a$ و $B = 5a - 5b$

(2) احسب A و B في كل من الحالتين :

(أ) $a = -3$ و $b = -1$

(ب) $a = b$

(3) فكك إلى جذاء عوامل A و B

(4) أثبت أن A و B متقابلان

تمرين عدد 18:

نعتبر العبارتين: $X = -2(-2x + y) - 3(x - 2y)$ و $Y = 4(x - 3y) - 3(x - 5y)$

حيث x و y عددان صحيحان نسبيين

(1) انشر ثم إختصر العبارتين X و Y

(2) احسب العبارتين X و Y في كل من الحالتين :

(أ) $x = -1$ و $y = 0$

(ب) $x = y = -2$

(3) قارن العبارتين X و Y في كل حالة :

(أ) $y \in \mathbb{Z}_+$ ؛ (ب) $y \in \mathbb{Z}_-$ ؛ (ج) $y = 0$

تمرين عدد 19:

لتكن العبارتين: $A = 3ab - 2a(b - 2) + b(3 - a)$ و $B = -2b(-2 + a) - 3a(b - 1) + 5ab$

حيث a و b عددان صحيحان نسبيين

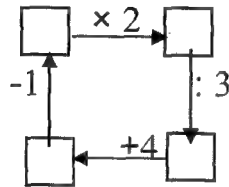
(1) أثبت أن $A = 4a + 3b$ و $B = 4b + 3a$

(2) احسب A و B في كل من الحالتين :

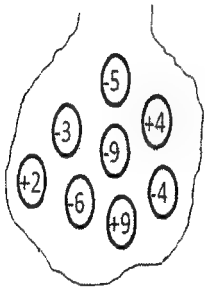
(أ) $a = -1$ و $b = -2$

(ب) $a = 0$ و $b = -3$

(3) قارن العبارتين A و B في كل حالة : (أ) $a \geq b$ ؛ (ب) $a \leq b$ ؛ (ج) $a = b$



تمرين عدد 20 : ضع العدد المناسب في كل مربع

**تمرين عدد 21:**

تتمثل الصورة المقابلة في كيس يحوي على 8 أقراص حيث يحمل كل منها عددا صحيحا نسبيا

-قام يوسف بسحب 4 أقراص من الكيس بصفة عشوائية ثم قام بجمع الأعداد المتحصل عليها

أ-

ماهي النتيجة المتحصل عليها علما أن الأقراص التي تم سحبها تحمل الأعداد (-5 ; +4 ; -6 ; -9) ؟

ب- علما أن النتيجة المتحصل عليها هي 0 فماهي الأقراص التي تم سحبها ؟

ج- علما أن النتيجة المتحصل عليها هي (-12) ومن بين الأقراص التي تم سحبها ⑥ و ②

فماهما القرصان الآخران الذان تم سحبهما ؟

مراجعة عامة

(1) الأعداد العشرية النسبية:

أ- كل عدد عشري نسبي يتكون من جزء صحيح و جزء عشري ، مثال: 17.93 هو عدد عشري 17 يسمى الجزء الصحيح لهذا العدد و 93 يسمى الجزء العشري له

- الكتابة $\frac{1739}{10^2}$ أو $\frac{1739}{100}$ هي كتابة للعدد العشري 17.93 على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث $a=1793$ و $n=2$

- كل عدد عشري نسبي يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث a عدد صحيح نسبي و n عدد صحيح طبيعي

ب- لتكن $\frac{a}{b}$ كتابة مختزلة إلى أقصى حد لعدد كسري نسبي يكون هذا العدد الكسري النسبي عددا عشريا نسبيا إذا كانت القواسم الأولية للمقام هي 2 أو 5 أو 2 و 5

(2) رموز و مصطلحات:

أ- نرسم بـ :

\mathbb{IN} : لمجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

\mathbb{Z} : لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

\mathbb{Q} : لمجموعة الأعداد الكسرية النسبية ، \mathbb{Z}_+ : لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية الموجبة

\mathbb{Z}_- : لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية السالبة ، \mathbb{ID}_+ : لمجموعة الأعداد العشرية الموجبة

\mathbb{ID}_- : لمجموعة الأعداد العشرية السالبة ، \mathbb{Q}_+ : لمجموعة الأعداد الكسرية الموجبة

\mathbb{Q}_- : لمجموعة الأعداد الكسرية السالبة ، \mathbb{Q}^* : لمجموعة الأعداد الكسرية النسبية المخالفة لصفر

ب- لتكن A و B مجموعتان :

• $A \subset B$ يعني كل عنصر من المجموعة A هو أيضا عنصر من المجموعة B و تقرأ " A محتواة في B "

• $B \not\subset A$ يعني يوجد على الأقل عنصر من المجموعة A لا ينتمي إلى المجموعة B و تقرأ " A غير محتواة في B "

• $B \cap A$ يعني تقاطع المجموعتين A و B و هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A و إلى المجموعة B

• $A \cup B$ يعني اتحاد المجموعتين A و B هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة A أو إلى المجموعة B

المجموعة

أمثلة : $\mathbb{Q}_- \cup \mathbb{Q}_+ = \mathbb{Q}$ ؛ $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Z}_+$ ؛ $\mathbb{Z} \cap \mathbb{ID} = \mathbb{Z}$ ؛ $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{ID}$ ؛ $\mathbb{ID} \not\subset \mathbb{Z}$ ؛ $\mathbb{N} \subset \mathbb{ID}$ ؛ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ ؛ $\mathbb{Z} \subset \mathbb{ID}$

(3) مقابل عدد كسري نسبي :

مقابل العدد الكسري النسبي الموجب $\frac{a}{b}$ هو العدد الكسري السالب $-\frac{a}{b}$ ، $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$

مقابل العدد الكسري السالب $-\frac{a}{b}$ هو العدد الكسري الموجب $\frac{a}{b}$

(4) مقارنة الأعداد الكسرية النسبية:

أ- إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا فإن : $\frac{a}{b} > 1$ يعني $a > b$ ، $\frac{a}{b} < 1$ يعني $a < b$ ، $\frac{a}{b} = 1$ يعني $a = b$

ب- إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{b}$ عددا كسريان موجبان فإن : $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ يعني $a > c$ ، $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$ يعني $a < c$

ج- مهما كانت الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b و c و d حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$ فإن :

$$-\frac{a}{b} < -\frac{c}{d} \quad \text{يعني} \quad \frac{a}{b} > \frac{c}{d}, \quad -\frac{c}{d} < 0 < \frac{c}{d}$$

(5) القيمة المطلقة لعدد كسري نسبي :

نرمز بـ $|\frac{a}{b}|$ للقيمة المطلقة للعدد الكسري النسبي $\frac{a}{b}$ ، إذا كان $\frac{a}{b}$ عددا كسريا موجبا

$$|\frac{a}{b}| = -\frac{a}{b} \quad \text{إذا كان} \quad \frac{a}{b} \quad \text{عددا كسريا سالبا}$$

التمارين

تمرين عدد 1: أكمل تعميم الجدول التالي

العدد	الجزء العشري	الجزء الصحيح	كتابته على صورة $\frac{a}{10^n}$
75,43			
	0	19	
			$\frac{1943}{10^3}$

تمرين عدد 2: اكتب الأعداد التالية على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$

$$0.037 ; -51.49 ; 15 + \frac{83}{10^2} ; -4 - \frac{9}{10^3} ; -1 + \frac{59}{100}$$

تمرين عدد 3: أعط القيمة التقريبية برقمين بعد الفاصل لكل من الأعداد التالية

$$12 + \frac{91}{10^4} ; \frac{1549}{10^3} ; 4.934 ; 20.057 ; 32.0099$$

تمرين عدد 4: استخرج الأعداد العشرية و اكتبها على صورة $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$

$$-\frac{917}{20} ; \frac{207}{45} ; -\frac{11}{2} ; \frac{9}{5}$$

تمرين عدد 5: قارن في كل حالة : أ/ $\frac{4}{7}$ و $\frac{3}{7}$ ب/ $\frac{9}{11}$ و $\frac{9}{10}$ ج/ $\frac{4}{5}$ و $\frac{7}{6}$

$$\text{د/} \quad \frac{4}{9} \text{ و } -\frac{3}{8} \quad \text{هـ/} \quad -\frac{10}{7} \text{ و } -\frac{9}{7} \quad \text{و/} \quad -\frac{7}{4} \text{ و } -\frac{8}{5}$$

تمرين عدد 6: أوجد القيمة المطلقة لكل عدد من الأعداد التالية : $\frac{8}{9}$; $-\frac{7}{10}$; $-(-5)$; $-\frac{6}{-11}$

$$\frac{15}{-14} ; 0 ; \frac{3}{4} - x \quad \text{حيث} \quad x \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad x < \frac{3}{4} ; \frac{5}{8} - a \quad \text{حيث} \quad a \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad a > \frac{5}{8}$$

$$-(b - \frac{4}{9}) \quad \text{حيث} \quad b \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad b < \frac{4}{9} ; \text{مقابل} \quad (y - \frac{1}{3}) \quad \text{حيث} \quad a \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad y < \frac{1}{3}$$

تمرين عدد 7: أجب بصواب أو خطأ

- (1) كل عدد صحيح طبيعي هو عدد عشري ، (2) كل عدد صحيح نسبي هو عدد كسري نسبي
 (3) كل عدد كسري نسبي هو عدد عشري نسبي ، (4) مقابل مقابل العدد الكسري النسبي $\frac{a}{b}$ هو $\frac{a}{b}$
 (5) إذا كان $|x| = x$ فإن $x \in \mathbb{Q}$ ، (6) إذا كان $|x| = -x$ فإن $x \in \mathbb{Q}_-$
 (7) إذا كان $|x| = |y|$ فإن $x = y$ ، (8) إذا كان $a \in \mathbb{Q}; b \in \mathbb{Q}; c \in \mathbb{Q}^*$ و $-\frac{a}{c} < -\frac{b}{c}$ فإن $a < b$

تمرين عدد 8: ابحث عن المجموعات التالية

$$C = \left\{ x; x \in \mathbb{Q}_+ \text{ و } |x| = \frac{5}{7} \right\} ; B = \left\{ x; x \in \mathbb{Q}_-; |x| = \frac{1}{2} \right\} ; A = \left\{ x; x \in \mathbb{Q} \text{ و } |x| = \frac{3}{2} \right\}$$

$$F = \{x; x \in \mathbb{Q} \text{ و } |x| = x\} ; E = \{x; x \in \mathbb{Q} \text{ و } |x| = -x\} ; D = \{x; x \in \mathbb{Q} \text{ و } |x| = -3\}$$

تمرين عدد 9: نعتبر المجموعة: $A = \left\{ -\frac{5}{2}; \frac{75}{125}; -\frac{3}{5}; \frac{21}{280}; \frac{99}{33}; -1; 0; \frac{5}{2}; 1 \right\}$

1/ رتب تصاعديا عناصر المجموعة A

2/ حدد عناصر المجموعات التالية

أ/ B هي مجموعة الأعداد العشرية المنتمية إلى المجموعة A

ب/ C هي مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية المنتمية إلى المجموعة A

ج/ E هي مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية المنتمية إلى المجموعة A

(3) استنتج عناصر المجموعات التالية: $D \cap \mathbb{N}; A \cap \mathbb{Z}; A \cap \mathbb{Q}; A \cap \mathbb{D}$

(4) حدد المجموعات التالية: أ) E هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى A بحيث $|x| = 1$

ب/ F هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى A بحيث $|x| = \frac{3}{5}$

ج/ H هي مجموعة الأعداد x المنتمية إلى A بحيث $-\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$

تمرين عدد 10: حدد المجموعات التالية:

A مجموعة الأعداد x حيث $-\frac{11}{5} < x < \frac{13}{4}; x \in \mathbb{Z}$; B مجموعة الأعداد x حيث $x > -\frac{17}{4}$ و $x \in \mathbb{Z}_-$

C مجموعة الأعداد x حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $|x| = \frac{4}{3}$; D مجموعة الأعداد x حيث $x \in \mathbb{Z}$ و $|x| < \frac{5}{2}$

E مجموعة الأعداد x حيث $x \in \mathbb{N}$ و $|x| = 3$; F مجموعة الأعداد x حيث $x \in \mathbb{D}$ و $|x| = \frac{11}{3}$

تمرين عدد 11: ارسم معينا (O; I; J) في المستوى ثم عين النقطتين $A\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$; $B\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{2}\right)$

(2) ماهي إحداثيات النقطة A' منازرة النقطة A بالنسبة للمحور (OI) .

(3) ماهي إحداثيات النقطة B' منازرة النقطة B بالنسبة للمحور (OJ) .

(4) حدد فاصلة النقاط المنتمية للمستقيم (AA') .

(5) حدد ترتيب النقاط المنتمية للمستقيم (BB') .

(6) ابحث عن إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (AA') و (BB') .

مراجعة عامة

- عملية الجمع في مجموعة الأعداد الكسرية النسبية \mathbb{Q} هي عملية تبديلية و تجميعية أي :

مهما كانت الأعداد الكسرية النسبية a و b و c فإن $a + b = b + a$ و $a + (b + c) = (a + b) + c$

(2) إذا كان $\frac{a}{d}$ و $\frac{b}{d}$ عددين كسريين نسبیین فإن : $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$; $\frac{a}{d} + \left(-\frac{a}{d}\right) = \frac{a}{d} - \frac{a}{d} = 0$

(3) إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين نسبیین فإن : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 0$ يعني $\frac{a}{b} = -\frac{c}{d}$; $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$

$\frac{a}{b} - \left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$; $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} > 0$; $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ يعني $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} < 0$

(4) إذا كانت M و N نقطتين من مستقيم مدرّج فاصلتهما على الترتيب عدنان كسريان m و n فإن البعد MN يساوي $|n - m|$ أي $|n - m| = MN$

التمارين

تمرين عدد 01: احسب :

$$\left(\frac{-19}{20}\right) + \left(\frac{-5}{4}\right) ; \frac{9}{15} + \left(\frac{-7}{5}\right) ; \frac{-3}{7} + \frac{8}{14} ; \frac{3}{4} + \frac{5}{2} ; \left(\frac{-5}{9}\right) + \frac{5}{3} + \left(\frac{-4}{9}\right)$$

$$\frac{3}{40} + \left(\frac{-4}{5}\right) + \frac{7}{8} ; \frac{11}{4} + \frac{9}{2} + \frac{15}{8} ; \left(\frac{-2}{7}\right) + \left(\frac{-8}{14}\right) + \left(\frac{-9}{21}\right)$$

تمرين عدد 02 احسب :

$$\left(\frac{-43}{36}\right) - \left(\frac{-23}{12}\right) ; \frac{35}{20} - \left(\frac{-5}{8}\right) ; \left(\frac{-1}{14}\right) - \frac{11}{2} ; \frac{15}{11} - \frac{9}{4} ; \frac{28}{21} - \left(\frac{-5}{2}\right) - \frac{31}{6}$$

$$\left(\frac{-25}{45}\right) - \frac{1}{3} - \frac{7}{9} ; \frac{13}{4} - \frac{17}{2} - \frac{19}{8} ; \left(\frac{-7}{4}\right) - \left(\frac{-2}{5}\right) - \left(\frac{-3}{20}\right)$$

تمرين عدد 03: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a, b, c

$$(1) \left(\frac{17}{8} - \frac{16}{5}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{5}\right) \text{ يساوي : } \frac{4}{40} \quad ; \quad c) 2 \quad ; \quad b) -2$$

$$(2) x \in \mathbb{Q}^* \text{ و } x+1 \in \mathbb{Q}^* \text{ فإن } \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \text{ يساوي : } 1 \quad ; \quad c) -1 \quad ; \quad b) \frac{1}{x(x+1)}$$

$$(3) \frac{1}{144} \quad ; \quad b) \frac{8}{9} \quad ; \quad c) \frac{1}{2} \text{ يساوي : } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9}$$

$$(4) \text{ إذا كان } a \in \mathbb{Q} \text{ و } a \text{ أكبر من مقابله } (-a) \text{ فإن } a \text{ ينتمي إلى : } \mathbb{Q}_+ \quad ; \quad b) \mathbb{Q}_- \quad ; \quad a) \mathbb{Q}$$

احسب العبارات التالية :

تمرين عدد 04:

$$Y = \left(\frac{25}{13} + \frac{51}{17}\right) - \left(\frac{70}{26} + \frac{51}{17}\right) ; \quad X = \left(\frac{14}{9} - \frac{13}{19}\right) + \left(\frac{5}{3} + \frac{13}{19}\right)$$

$$T = \frac{-37}{24} - \left(\frac{11}{24} + \frac{16}{13}\right) ; \quad Z = \left(\frac{28}{15} - \frac{73}{34}\right) - \left(\frac{12}{5} - \frac{73}{34}\right) ; \quad W = -\frac{43}{18} - \left(\frac{11}{18} - \frac{23}{19}\right)$$

تمرين عدد 5: اختصر العبارات التالية حيث: $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$.

$$Z = -\frac{2}{3}b + \frac{3}{2}a - \frac{3}{5}b - \frac{7}{4}a + b + a, \quad Y = \frac{5}{2}a - \frac{4}{5}b + \frac{3}{4}a + 2b, \quad X = 3a + 5b - 2a + 3b + a - b$$

$$T = \frac{1}{2}a - \frac{5}{3}b - \frac{4}{7}a + \frac{5}{9}b - a - b.$$

تمرين عدد 6 ليكن a و b عددين كسريين نسبیین حيث $a - b = -\frac{7}{2}$. احسب :

$$F = \left(a - \frac{11}{8}\right) + \left(\frac{3}{2} - b\right); \quad E = a + \frac{9}{4} - b; \quad H = \left(b - \frac{9}{8}\right) - \left(a - \frac{5}{16}\right); \quad G = a - \left(\frac{13}{20} + b\right) - \frac{31}{4}$$

تمرين عدد 7: احسب العبارة: $B = |a+b| - |a-b| + ||a| - |b||$ في كل من الحالات التالية :

$$(أ) \quad a = \frac{1}{2} \text{ و } b = \frac{5}{8} \quad ; \quad (ب) \quad a = -\frac{3}{7} \text{ و } b = \frac{11}{14} \quad ; \quad (ج) \quad a = \frac{13}{8} \text{ و } b = -\frac{9}{32} \quad ; \quad (د) \quad a = -\frac{2}{3} \text{ و } b = -\frac{1}{6}$$

تمرين عدد 8: جد العدد الكسري النسبي x في كل حالة :

$$\left(x + \frac{2}{9}\right) - \frac{1}{3} = \frac{13}{27}; \quad x - \frac{11}{5} = -\frac{7}{3}; \quad x + \frac{5}{2} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \left[\frac{7}{6} - \left(x - \frac{2}{3}\right)\right] = 0; \quad \frac{7}{2} - \left(\frac{17}{8} - x\right) = \frac{1}{16}; \quad \frac{23}{15} - \left(x + \frac{1}{5}\right) = -\frac{8}{3}$$

تمرين عدد 9: جد x في كل من الحالات التالية:

$$\left|x - \frac{7}{5}\right| = \frac{3}{10}; \quad \left|x + \frac{5}{3}\right| = \frac{7}{3}; \quad \left|x + \frac{1}{2}\right| = 0; \quad |x| = \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{10} - \left|x + \frac{1}{5}\right| = \frac{1}{20}; \quad \frac{1}{6} + \left|x - \frac{4}{5}\right| = \frac{4}{3}; \quad -\frac{7}{15} + |x| = -\frac{1}{30}; \quad -\frac{5}{7} + |x| = 0$$

تمرين عدد 10: ليكن a و b عددين كسريين حيث $a - b = -\frac{4}{3}$. قارن x و y في كل حالة :

$$(أ) \quad X = a + \frac{5}{6} \text{ و } Y = b + \frac{4}{3}; \quad (ب) \quad X = \frac{7}{12} - b \text{ و } Y = \frac{11}{3} - a$$

$$(ج) \quad X = \frac{1}{2} + b \text{ و } Y = \frac{13}{6} + a; \quad (د) \quad X = -\frac{17}{15} - a \text{ و } Y = \frac{8}{5} - b$$

تمرين عدد 11: ليكن a و b و c أعداد كسرية نسبية حيث $a - b < 0$

(1) اختصر العبارتين A و B

$$B = -(a - b) - (-a + c + b) + b; \quad A = (a - c) - [-(b - c)] - b + c$$

(2) احسب: $A - B$; (3) استنتج مقارنة A و B

تمرين عدد 12: لتكن العبارة F التالية حيث $x \in \mathbb{Q}$, $y \in \mathbb{Q}$: $F = (x - y) - \left(\frac{7}{5} + |y|\right) - \frac{2}{15}$

(1) احسب العبارة F إذا كان $x = -\frac{4}{3}$ و $y = \frac{2}{5}$

(2) اختصر العبارة F إذا كان $x \in \mathbb{Q}_-$

(3) جد العدد x إذا كان $F = -\frac{11}{2}$ و $y \in \mathbb{Q}_-$

تمرين عدد13: أعطيت أبرار ثلاث ساعات لإنجاز بحث. استغرق إنجاز الوثائق ربع الوقت واستغرق تنظيم المعطيات ثلثي الوقت واستغرقت كتابة البحث على الحاسوب واستخراجها سدس الوقت. هل تجاوزت أبرار الوقت المحدد لها. علل جوابك.

تمرين عدد14: نعتبر المستقيم المدرج التالي :

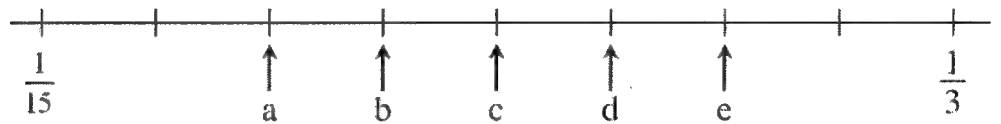
1 عَيِّن النقاط A و B و C و D و E التي فاصلاتها على التوالي $\frac{4}{5}$ و $-\frac{11}{5}$ و 3,4 و -4,2 و $-\frac{7}{5}$

(2) احسب الأبعاد AB و BC و DC و ED و AE .

(3) ما هي فاصلة النقطة M المنتمية إلى (OI) حيث $BM = \frac{12}{5}$ (أذكر كل الحالات)

(4) ما هي فاصلة النقطة N المنتمية إلى (OI) حيث $EN = \frac{9}{5}$ (أذكر كل الحالات)

تمرين عدد15: نعتبر المستقيم المدرج التالي :



أين يوجد العدد الكسري $\frac{1}{6}$ ؟

(أ) a ; (ب) b ; (ج) c ; (د) d ; (هـ) e

تمرين عدد16:

(1) ليكن x عددا كسريا ; بيِّن أن $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$

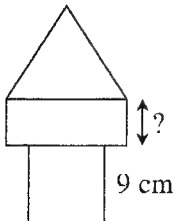
(2) احسب العبارة $A = \frac{1}{100 \times 101} + \frac{1}{101 \times 102} + \frac{1}{102 \times 103} + \frac{1}{103 \times 104} + \frac{1}{104 \times 105} + \frac{1}{105 \times 106} + \frac{1}{106 \times 107}$

(3) احسب العبارة $B = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{97 \times 98} + \frac{1}{98 \times 99}$

تمرين عدد 17

الشكل المقابل يتكون من مثلث متقايس الأضلاع و ومستطيل مربع ضلعه 9cm ؛ هذه الأشكال لها نفس المحيط إذن البعد الممثل بنقطة الإستفهام هو:

(أ) 4cm ؛ (ب) 5 cm ؛ (ج) 6 cm ؛ (د) 7 cm ؛ (هـ) 8 cm



تمرين عدد18

يملك فادي مبلغا من المال أعط ثلثه إلى يوسف ثم خمسه إلى مرام ثم رבעه إلى أبرار

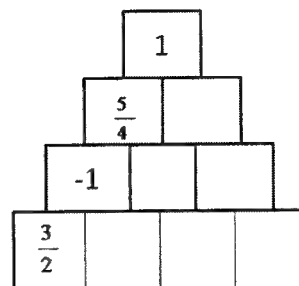
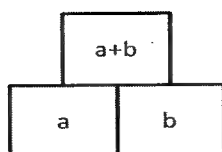
1-ما هو العدد الكسري الذي يمثل المبلغ الباقي؟

2-أراد فادي شراء لعبة فوجد ثمنها يساوي ربع ماكان يملكه

هل يمكنه شراء هذه اللعبة؟ علل جوابك

تمرين عدد 19 :

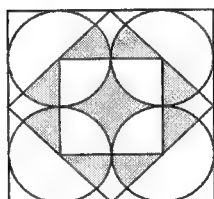
أكمل تعمير الهرم مع إحترام التمثيل التالي :



تمرين عدد 20

العدد الكسري الذي يمثل المساحة الملونة في الشكل المقابل هو:

أ) $\frac{1}{3}$ ؛ ب) $\frac{1}{4}$ ؛ ج) $\frac{3}{4}$ ؛ د) $\frac{5}{12}$ ؛ هـ) $\frac{3}{16}$



مراجعة عامة:

(1) إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين نسبیین فإن $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ؛ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $a \times d = b \times c$ (جاء الطرفين يساوي

جاء الوسيطین) ؛ $0 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 0 = 0$ ؛ $1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$ ؛ $(-1) \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times (-1) = \frac{-a}{b}$ ؛

(2) الضرب في المجموعة \mathbb{Q} هي عملية :

* تبديلية : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
* تجميعية : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) \times \frac{e}{f}$.

* توزيعية على الجمع : $\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$.

* توزيعية على الطرح : $\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f} \right) = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \times \frac{e}{f}$ حيث $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ أعداد كسرية نسبية .

(3) لیکن $\frac{a}{b}$ عددا كسريا مخالفا للصفر

* مقلوب العدد $\frac{a}{b}$ هو العدد $\frac{b}{a}$ و نرمز له بـ $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ ، * عدنان مقلوبان هما عدنان جاءهما يساوي 1 ؛ $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

(4) إذا كان $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين كسريين نسبیین و $\frac{c}{d} \neq 0$ فإن خارج قسمة العدد $\frac{a}{b}$ على العدد $\frac{c}{d}$ هو جاء العدد $\frac{a}{b}$ في

مقلوب العدد $\frac{c}{d}$ و نرمز له بـ : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ أو $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ ، $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

التمارين

تمرین عدد 01: اختر الجواب الصحيح من بین الأجوبة a , b , c

(1) $\left(\frac{-17}{300} \right) \times \left(\frac{-150}{34} \right)$ يساوي a) $\frac{-1}{4}$ ؛ b) $\frac{1}{4}$ ؛ c) $\frac{1}{2}$

(2) $\left(1 + \frac{1}{196} \right) \left(1 + \frac{1}{197} \right) \left(1 + \frac{1}{198} \right) \left(1 + \frac{1}{199} \right) \left(1 + \frac{1}{200} \right)$ يساوي : a) $\frac{201}{196}$ ؛ b) $\frac{1}{196}$ ؛ c) $\frac{1}{200}$

(3) $x \in \mathbb{Q}^*$ و $y \in \mathbb{Q}^*$ و x مقلوب y فإن $\frac{x+2}{x+3}$ يساوي : a) $\frac{1+2y}{1+3y}$ ؛ b) $\frac{2}{3}$ ؛ c) 1

تمرین عدد 02: احسب : $\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} \times \frac{14}{2}$ ؛ $\frac{15}{4} \times \left(\frac{-19}{13} \right) \times \frac{4}{15}$ ؛ $\left(\frac{-21}{8} \right) \times \left(\frac{-2}{7} \right) \times \frac{4}{3}$

$\left(\frac{-1}{12} \right) \times \left(\frac{-24}{17} \right) \times (-34)$ ؛ $\left(\frac{-33}{5} \right) \times \left(\frac{10}{11} \right) \times \left(\frac{-7}{6} \right)$ ؛ $\frac{23}{9} \times \left(\frac{-3}{46} \right) \times (-6)$

تمرين عدد 03: احسب بأبسط طريقة

$$\left(\frac{-13}{4}\right) \times \left[\left(\frac{-4}{13}\right) - \frac{8}{39}\right] ; \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left[\frac{35}{9} + \left(\frac{-5}{3}\right)\right] ; \left(\frac{-15}{8}\right) \times 11 - \left(\frac{-15}{8}\right) \times 21$$

$$\left(\frac{-19}{7}\right) \times 19 + \left(\frac{-19}{7}\right) \times (-9) ; \left(\frac{-13}{21}\right) \times \left(\frac{-14}{7}\right) + \left(\frac{-13}{21}\right) \times \frac{4}{7} ; \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left[\left(\frac{-3}{7}\right) - 6\right]$$

تمرين عدد 04: احسب

$$\frac{-25}{3} \times \left(-\frac{9}{5}\right) ; \left(\frac{-7}{3}\right) \times \frac{7}{1} ; \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} ; \frac{-3}{21} \times \frac{7}{-2} ; \frac{11}{8} \times \frac{8}{2} ; \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{-6}{5} ; \frac{5}{7} \times \frac{-14}{15} ; \frac{-8}{4} \times \frac{15}{3}$$

تمرين عدد 05: احسب

$$A = \frac{-\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}{\frac{6}{5} - \frac{1}{10}} ; B = \frac{\left(\frac{-6}{23}\right) \times \left(\frac{-17}{9}\right)}{-\frac{1}{6} - \frac{7}{2}} ; C = \frac{\frac{4}{33} - \frac{5}{11}}{\frac{-4}{7} \times \frac{1}{3}}$$

$$D = \frac{-\frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} - \frac{11}{6}} ; E = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{4}{7} + \frac{-8}{9} - \frac{1}{2}} ; F = \frac{\frac{1}{3} - \frac{5}{6}}{-2 + \frac{4}{5}} - \frac{1 - \frac{1}{2}}{(-2) \times \frac{1}{5}} - \frac{3}{10}$$

تمرين عدد 06: لتكن العبارتين التاليتين E و F حيث x و y و z أعداد كسرية نسبية.

$$F = \frac{10y(x-z) - 15(x-z)}{(x+y)(2y-3)(x-z)} ; E = \frac{3(x+y) - 2z(x+y)}{5(3-2z)}$$

(1) اختصر E و F.

(2) أثبت أن E مقلوب F

تمرين عدد 07: بين أن العدد (a - b) هو مقلوب العدد $\frac{a+b}{a^2-b^2}$ حيث $a \neq b$

تمرين عدد 08: انشر ثم اختصر

$$A = 2x\left(\frac{1}{2}y - z\right) - y\left(x + \frac{2}{3}\right) + 2xz ; B = -y\left(\frac{5}{3} + x\right) + z(x - y) - x(z - y) + zy$$

$$D = \frac{-7}{5}x(y - z) + xy\left(\frac{7}{5} + z\right) - xyz ; C = \left(x + \frac{4}{3}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) - x\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3}$$

تمرين عدد 09: اكتب في صيغة جذاء: $X = -\frac{1}{2}ab + 2b$; $Y = \frac{3}{2}(a+1) - b(a+1)$

$$Z = (b-1)(a+1) + (b-1)(1-a) - b(b-1) ; T = \frac{-5}{3}a + ab + b\left(\frac{-5}{3} + b\right)$$

تمرين عدد 10: جد العدد الكسري النسبي x في كل

$$\text{حالة } \frac{x+3}{5} = \frac{1}{5} ; \frac{-x+1}{19} = \frac{-5}{19} ; \frac{x-4}{3} = \frac{1}{2} ; \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$\frac{-5}{3} + \frac{x-5}{4} = -\frac{1}{6} ; \frac{-2}{5}(x+1) - \frac{3}{2} = \frac{9}{4} ; \frac{-x}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

تمرين عدد 11: $x \in \mathbb{Q}^*$ و $y \in \mathbb{Q}^*$ و $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ احسب العبارة $A = \frac{5x+8y}{3x-2y}$.تمرين عدد 12: (1) ليكن x عدد صحيح طبيعي أثبت أن $\frac{x+1}{x+2} = 1 - \frac{1}{x+2}$

$$(2) \text{ احسب العبارة } P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right)$$

$$(3) \text{ احسب العبارة } Q = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{8000}\right) \left(1 - \frac{1}{8001}\right)$$

تمرين عدد 13: اختصر العبارات التالية حيث a و b و c أعداد كسرية نسبية مخالفة للصفر.

$$A = \frac{(-2) \times a \times \left(\frac{-4}{3}\right) \times b \times c}{a \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times b \times (-4)} ; B = \frac{\frac{5}{7} \times b \times \left(\frac{-4}{9}\right) \times c}{\frac{4}{9} \times b \times a \times \left(\frac{-1}{5}\right) \times c} ; C = \frac{\frac{1}{2} \times b \times c + \frac{1}{2} \times b \times a}{-\frac{1}{2} \times (a+c)} ; D = \frac{-3 \times a \times b - 6 \times b \times c}{2 \times b \times (a+2c)}$$

تمرين عدد 14: x و y عددين كسريين $x \neq 0$ و $y \neq 0$:

$$(أ) \text{ بيّن أن } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ هو مقلوب } \frac{xy}{x+y} . (ب) \text{ بيّن أن } \frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{1}{3y}\right) \text{ هو مقلوب } \frac{6y}{x} . (ج) \text{ بيّن أن } -\frac{2}{3}x \cdot \left(\frac{5}{y}\right) \text{ هو مقلوب } \frac{-3y}{10x}$$

تمرين عدد 15: أكمل المربع السحري التالي علما أن جذاء كل سطر وجذاء كل عمود وجذاء القطرين متساوية.

		$\frac{3}{10}$
	$\frac{3}{4}$	
$\frac{15}{8}$		$\frac{1}{15}$

تمرين عدد 16: إذا كان الجزء المضيء من القمر اليوم يساوي أربعة أسباعة ففي أي يوم قمري نحن إذا علمت أن في شهر قمري به 28 يوم؟ (أذكر كل الاحتمالات).

تمرين عدد 17:

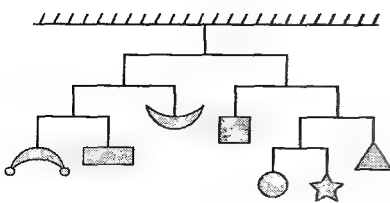
الشكل المقابل يمثل جسم في حالة توازن

حيث مجموع الأوزان يساوي 224g

ما هو وزن النجمة؟ (علما أن وزن كل من الخيط والحامل ليس

له تأثير على مجموع الأوزان)

(أ) 6g ؛ (ب) 7g ؛ (ج) 12g ؛ (د) 14g ؛ (هـ) 18g



تمرين عدد18:

نادي ترفيهي به 700 منخرط موزعين كالتالي: ثلاثة أخماسهم يمارس المسرح ،ربعهم يمارس الرياضة ،الباقى يمارس الموسيقى
-ثلثي الذين يمارسون المسرح هم ذكور ،أربع أسباع الدين يمارسون الرياضة هم إناث ،خمس الدين يمارسون الموسيقى هم إناث
-ماهو عددالإناث بهذا النادي؟

تمرين عدد19:

أرض مستطيلة الشكل بعديها 846m و 212m قام صاحبها ببيع ثلثها وقام بتهيئة الباقي على النحو التالي:
-ثلاثة أسباع خصصت للمرات
-الخمس خصص لبناء مستودع
-الباقى خصص للزراعة
-علما أن سبعة أعشار المساحة المخصصة للزراعة تم زرعها قمح
أحسب المساحة المخصصة لزراعة القمح

مراجعة عامة

- 1- **التعريف** : إذا كان a عددا كسريا و n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من 1 فإن الكتابة a^n ترمز لجداء n أعداد مساوية للعدد a . (جداء n أعداد مساوية لـ a)
 $a^n = a \times a \times \dots \times a$
 الكتابة a^n تسمى قوة للعدد a والعدد n يسمى دليل هذه القوة .
- * إذا كان $n = 1$ فإن $a^1 = a$ ، * إذا كان $a \neq 0$ و $n = 0$ فإن $a^0 = 1$ ، * إذا كان $n \neq 0$ فإن $0^n = 0$
- 2- **الخصائص** :

$$* \text{ ليكن } a \in \mathbb{Q}^* \text{ و } n \in \mathbb{Z} \text{ و } m \in \mathbb{Z} \text{ فإن : } a^n \cdot a^m = a^{n+m} ; (a^n)^m = a^{n \times m} ; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$* \text{ ليكن } a \in \mathbb{Q}^* \text{ و } b \in \mathbb{Q}^* \text{ و } n \in \mathbb{Z} \text{ فإن : } a^n \cdot b^n = (ab)^n ; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$* \text{ ليكن } a \in \mathbb{Q}^* \text{ و } n \in \mathbb{N} \text{ فإن : الكتابة } a^{-n} \text{ ترمز لمقلوب العدد } a^n : a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- 3- **الجزر التربيعي** :
- إذا كان عدد كسري a مربعا كاملا فإن الجذر التربيعي له هو العدد الكسري الموجب b حيث يكون $a = b^2$ و نرمز له بـ \sqrt{a} . يعني $\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$
- 4- **علامة القوة** :

- * قوة عدد كسري نسبي موجب تكون دائما موجبة
- * قوة عدد كسري نسبي سالب تكون موجبة إذا كان دليلها زوجيا و تكون سالبة إذا كان دليلها فرديا.
- 5- **القوة للعدد 10** : إذا كان n عددا صحيحا طبيعيا فإن العدد 10^{-n} هو مقلوب العدد 10^n ،

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 ; 10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

- * الكتابة العلمية لعدد عشري هي كتابته على صورة $a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري ذو رقم واحد قبل الفاصل و هذا الرقم مخالف للصفر .

التمارين

تمرين عدد 01 : احسب :

$$\left(\frac{-313}{147}\right)^0 ; \left(\frac{-141}{523}\right)^1 ; (-1)^{32} ; (-1)^{21} ; \left(-\frac{1}{3}\right)^3 ; \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

$$(-1)^{15} \times (-15,24)^0 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 ; \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times (-1)^{10} \times \left(\frac{-93}{5}\right)^0 ; 0^{98}$$

$$-1 ; \frac{1}{1}$$

تمرين عدد 02 : اكتب في شكل قوة لعدد كسري نسبي :

$$\left(-\frac{1}{7}\right)^5 ; \left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^3 ; \left(-\frac{3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^7 ; \left(\frac{-4}{9}\right)^3 ; \left(\frac{-1}{3}\right)^5 ; \left(\frac{-2}{11}\right)^{13} ; \left(\frac{-4}{9}\right)^9 ; \left(\frac{3}{7}\right)^5 ; \left(\frac{-2}{11}\right)^9$$

تمرين عدد 03: اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة a , b , c
 (1) ثلث 3^{65} هو : c) 1^{65} ; b) 3^{64} ; a) 3^{62}

(2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^5$ يساوي : c) $-\frac{1}{4^5}$; b) $\frac{1}{45}$; a) $\frac{1}{2^{10}}$

(3) $8^6 + 8^4$ يساوي : c) $2^{12} \times 65$; b) 2^{36} ; a) 2^{24}

(4) حجم مكعب بالمتر المكعب يساوي $3^{-6} \times 7^3 \times 15^{12}$ إذن قيس طول حرفه بحساب المتر هو :

a) 39375 ; b) 315 ; c) 216

تمرين عدد 04: اكتب في صيغة قوة

$$\left[\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}\right]^{-5} ; \left[\left(\frac{-5}{7}\right)^2\right]^{-3} ; \left(\frac{8}{3}\right)^{-11} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^6 ; \left(\frac{-3}{11}\right)^{-4} \times \left(\frac{-3}{11}\right)^{-7}$$

$$\frac{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-1}}{\left(\frac{-11}{6}\right)^{-10}} ; \frac{\left(\frac{-1}{5}\right)^6}{\left(\frac{-1}{5}\right)^{-7}} ; \frac{\left(\frac{8}{13}\right)^{-2}}{\left(\frac{8}{13}\right)^5}$$

تمرين عدد 05: احسب بأيسر الطرق :

$$\left[(-1,25)^{-11}\right]^p \times (-1)^{49} ; \left(\frac{-19}{3}\right)^{91} \times \left(\frac{-19}{3}\right)^{-91} ; \left(\frac{-3}{17}\right)^{-35} \times \left(\frac{-17}{3}\right)^{-35} ; \left(\frac{-2}{3}\right)^{41} \times \left(\frac{-3}{2}\right)^{41}$$

$$\left[(-1)^{37} + (-1)^{20}\right] \times (-19,75)^{19} ; \left(\frac{-15}{11}\right)^{13} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{21} \times \left(\frac{15}{11}\right)^8$$

تمرين عدد 06: اختصر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{Q}^*$ و $y \in \mathbb{Q}^*$

$$B = (-x^3 y^5) \times (xy)^{-4} \times (-xy) ; A = [-2x^2 y^3]^2 \times 3xy^5$$

$$D = \left(\frac{-5}{2} x^6 y^8\right)^{-2} \times (-xy^3)^2 ; C = \frac{-3}{5} x^7 y^{-5} \times \left(\frac{1}{2} x^{-3} y\right)^2 \times (-y^4)$$

تمرين عدد 07: اختصر العبارات التالية حيث $a \in \mathbb{Q}^*$ و $b \in \mathbb{Q}^*$

$$X = \frac{(2a)^3 \times b^5 \times a^4}{4a^5 \times (2b)^3} ; y = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times [a^2 b]^5}{a^{11} \times \left(\frac{2}{3} b\right)^4} ; T = \frac{-\frac{1}{3} a^2 \cdot b^{-5} \times \left(\frac{1}{3} ab^{-2}\right)^{-4}}{\frac{-1}{27} (a^{-1} b^{-2})^{-3}} ; Z = \frac{\left(-\frac{a}{2}\right)^7 \times (ba^{-2})^3}{\frac{1}{4} \times (ab^{-1})^2}$$

تمرين عدد 08: أعط الكتابة العلمية لكل عدد من الأعداد التالية :

$$0,0000912 \times 10^{13} ; 125,781 \times 10^8 ; 3456,783 ; (0,0012)^3 ; (0,045)^5 ; 0,015493 \times 10^{-9} ; (0,00023 \times 10^{-3})^4$$

تمرين عدد 09: احسب الجذور التربيعية التالية

$$\sqrt{0,25} ; \sqrt{0,10} ; \sqrt{\frac{49}{121}} ; \sqrt{\frac{1}{36}} ; \sqrt{\frac{64}{9}} ; \sqrt{\left(\frac{19}{13}\right)^0} ; \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{10}} ; \sqrt{1^{101}} ; \sqrt{36}$$

تمرين عدد 10: احسب بأبسط طريقة

$$\frac{\left(-\frac{5}{2}\right)^7 \times (-2)^5 \times \left(-\frac{1}{7}\right)^{12}}{\left(-\frac{1}{7}\right)^{11} \times (-2)^4 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^6} ; \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^9 \times \left(-\frac{5}{11}\right)^{12} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^{-8}}{\left(\frac{5}{11}\right)^{12} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^9 \times \left(-\frac{7}{3}\right)^{-8}} ; \frac{3^5 \times (2^3 + 3^3)}{6^3 + 9^3} ; \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]}{9 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^3}$$

تمرين عدد 11: احسب :

$$\frac{3 \times \sqrt{49} - 1}{3 \times \sqrt{36} + 2} ; \frac{\sqrt{64} + 1}{1 + \sqrt{4}} ; \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{4}}{\sqrt{25}} ; \frac{-2\sqrt{100} + \sqrt{81}}{-\sqrt{\frac{121}{25}}} ; -\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{16}{121}}} \times \sqrt{\frac{1}{9}}$$

تمرين عدد 12: ليكن $x \in \mathbb{Q}^*$ و $y \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ و العبارتين: $H = -\frac{1}{2}x^{n-2}y^n$ و $N = -2x^{2-n}y^{-n}$

(1) احسب العبارتين H و N في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) $x=3$ و $y=1$ و $n=0$ ؛ (ب) $x=-3$ و $y=2$ و $n=2$ (ج) $x=-1$ و $y=-2$ و $n=1$ ؛ (د) $x=\frac{1}{2}$ و $y=-\frac{1}{3}$ و $n=-1$ (2) اختصر العبارة $H \times N$ تمرين عدد 13: أثبت أن: 12 قاسم لـ $2^{2008} - 4^{1003}$

تمرين عدد 14:

(1) أكمل الجدول التالي:

العدد	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}
رقم أحاده												

(2) ما هو رقم أحاد كل من الأعداد التالية: 2^{220} ؛ 2^{401} ؛ $2^{404} + 2^{227}$

تمرين عدد 15: أكمل المربع السحري التالي بالقوى اللازمة بحيث يكون جداء كل الأعمدة والأقطار والأسطر متساوية.

8^{-4}		8^0
	8^{-1}	
		8^2

تمرين عدد 16: إذا علمت أن المسافة بين كوكبي زحل والأرض تساوي 1270

مليون كيلومتر. أكتب هذه المسافة كتابة علمية بالكيلومتر ثم بالمتري.

تمرين عدد 17: تمثل كتلة الفيروس بالنسبة للرجل ما تمثله كتلة هذا الرجل بالنسبة لكتلة الأرض. إذا علمت أن كتلة الرجل هي 85Kg وكتلة الأرض تقدر بـ 6×10^{21} (طن). ما هي كتلة الفيروس بالكيلوغرام؟ أعط الكتابة العلمية لهذه الكتلة بالكيلوغرام ثم أعط قيمة تقديرية لها.تمرين عدد 18: (1) انشر واختصر العبارة: $(a+1)(a-1) - a^2$ حيث $a \in \mathbb{R}$.(2) استنتج $10^8 - 9999 \times 10001$.(3) ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد 10^8 على $10^4 - 1$.تمرين عدد 19: جد العدد الصحيح الطبيعي n حيث $9^n + 9^n + 9^n = 3^{1011}$

تمرين عدد 20: نعتبر العبارة H في حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$: $H = (x-y) \times (x+y)$

أ- بين أن $H = x^2 - y^2$

ب- احسب H في حالة $x = -2$ و $y = -\frac{1}{2}x$

ج- إذ كان $H=0$ بين أن $x=y$ أو $x=-y$

تمرين عدد 21: فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$

$$E = 2x^3 - 4x^2y^2 + xy ; F = 2xy + 6x^2y^2 - 4x^3y^2.$$

$$G = \frac{3}{2}x^4y^5 - \frac{9}{2}x^2y^3 + \frac{15}{2}x^3y^7 ; H = x^2(x^3 + y^2) - y^2(x^3 + y^2) - x^3(x^2 - y^2).$$

تمرين عدد 22: انشر و اختصر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{Q}$

$$(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1), (x-1)(x^2 + x + 1), (x-1)(x+1) \\ (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

ما هو تخمينك بالنسبة لـ: $(x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x^2 + x + 1)$ حيث $n \in \mathbb{IN}$

تمرين عدد 23: لتكن العبارة التالية : $B = \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{3}}{\frac{5}{x}} + \frac{5x^2}{6} - 4$ حيث $x \in \mathbb{Q}^*$

1- بين أن : $B = x^2 - 4$

2- احسب العبارة B في حالة $x = 0$ و في حالة $x = -2$

3- جد x في حالة $B = 21$

تمرين عدد 24: لتكن العبارة التالية $E = \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{n-2} \times \left(\frac{x-1}{3}\right)^n \times \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2$ حيث $x \neq 1$ و $n \in \mathbb{IN}$

1- بين أن : $E = \frac{x^{2n}}{3^n}$

2- احسب E في حالة $x = 1$ و في حالة $x = -1$ و في حالة $x = 0$

3- جد x في حالة $E = 3$ و $n = 1$

تمرين عدد 25:

(1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا انشر ثم اختزل العبارة $A = (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$

(2) احسب A في حالة $n = 10$ ثم في حالة $n = 10^2$

(3) بالاستعمال الأسئلة السابقة ، بين أن 10101 قابل للقسمة على 111

(4) أ- أثبت أن 100010001 قابل للقسمة على 10101

ب- أثبت أن 100010001 قاسم لـ 10000000100000001

تمرين عدد 26:

(1) ليكن P عددا صحيحا طبيعيا انشر ثم اختزل العبارة $X = (1 + P)(1 - p + p^2 - p^3 + p^4 + p^6)$

(2) جد رقم الأحاد و العشرات للعدد $1 + 99^7$

(3) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^7 على 9

تمرين عدد 27: جد العدد الصحيح الطبيعي n حيث $16^n + 16^n + 16^n + 16^n = 4^{1011}$

مراجعة عامة

1- ليكن a و b عددين كسريين نسبیین معلومین حیث $a \neq 0$ كل مساواة تؤول كتابتها إلى الشكل $ax = b$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد هو x .

* حل معادلة ما في المجموعة \mathbb{Q} يستوجب البحث عن مجموع الأعداد الكسرية التي تحقق هذه المعادلة.

* كل عدد يحقق المعادلة يسمى حلا لهذه المعادلة

2- كل مسألة ما يستوجب :

* قراءة نص المسألة

* ضبط المجهول بعد التمعن في معطيات المسألة

* كتابة معادلة تعبر عن علاقة المجهول بمعطيات المسألة

* البحث عن المجهول بحل المعادلة

* التحقق من النتائج المتحصل عليها و ملائمتها مع المعطيات

(3) ليكن $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$ و $x \in \mathbb{Q}$.

* $x + a = b$ يعني $x = b - a$

* $a + x = b + x$ يعني $a = b$

* لتكن $a \in \mathbb{Q}^*$ و $b \in \mathbb{Q}$ و $x \in \mathbb{Q}$: $ax = b$ يعني $x = \frac{b}{a}$

التمارين

تمرين عدد 01: حل في \mathbb{Q} المعادلات التالية :

$$x + \frac{5}{3} = \frac{1}{2} ; \quad 2x + 3 = 1 ; \quad x + 3 = 2 ; \quad 2x = 3$$

$$\frac{-4}{5}x - \frac{11}{2} = 0 ; \quad -\frac{8}{3}x + 1 = \frac{1}{9} ; \quad \frac{7}{2}x - 2 = -1 ; \quad \frac{9}{4} - 2x = 1$$

تمرين عدد 02: حل في \mathbb{IN} المعادلات التالية

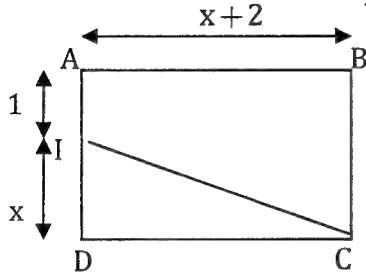
$$\frac{3}{2}x - 1 = \frac{3}{4}x - 3 ; \quad 2 - x = 13 ; \quad 3x + 1 = 7 ; \quad x - 5 = 2$$

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{3x+2}{3} = \frac{5}{12}x ; \quad \frac{5}{3}(x-3) - \frac{3}{2}(x+1) = 1$$

تمرين عدد 03: حل في \mathbb{ID} المعادلات التالية :

$$4\left(x - \frac{1}{4}\right) - \left(2x - \frac{1}{4}\right) = 1 \quad ; \quad 3x + 14 = 4 \quad ; \quad x - 2,3 = 8$$

$$\frac{x+3}{2} - \frac{2x+1}{3} = \frac{1}{7} \quad ; \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0 \quad ; \quad 5x - 2 = 7$$

**تمرين عدد 04:**

نعتبر الشكل المقابل ABCD مستطيل بحيث $AI = 1$ ، $ID = x$ ، $AB = x + 2$.
جد x بحيث مساحة المثلث CID تساوي سدس مساحة المستطيل ABCD .

تمرين عدد 05:

حل في \mathbb{Q} المعادلات التالية :

$$\frac{2x-5}{7} = \frac{-2}{3} \quad ; \quad \frac{x-3}{5} = -\frac{7}{4} \quad ; \quad \frac{x+2}{3} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{x-1}{2} = 3$$

$$\frac{3x+1}{8} = -\frac{2x-3}{2} \quad ; \quad -\frac{x-2}{3} = -\frac{x+4}{3} \quad ; \quad \frac{4x+6}{2} = \frac{6x+9}{3}$$

تمرين عدد 06:

حل في \mathbb{Q} المعادلات التالية :

$$\frac{x+2}{2} - \frac{x-2}{4} = 2 \quad ; \quad \frac{x-1}{2} + \frac{x-3}{3} = \frac{x+1}{6} \quad ; \quad \frac{5}{2}(x-2) - \frac{1}{3}(x+1) = x+3$$

$$\frac{2x-3}{2} - \frac{3x+2}{5} = \frac{4x-1}{10} \quad ; \quad 3(x-1) - 2\left(\frac{x-2}{4}\right) = 2 \quad ; \quad (2x+2) - \frac{x+5}{3} = \frac{5x+1}{3}$$

تمرين عدد 07:

ابحث عن العدد الكسري النسبي y في كل من الحالات التالية :

$$(أ) \quad (x=1) \quad \text{حلا للمعادلة} \quad \frac{1-y}{2}x + \frac{2+y}{4} = 2xy$$

$$(ب) \quad (x=-1) \quad \text{حلا للمعادلة} \quad \frac{y-2}{3}x + \frac{yx+1}{6} = y+x$$

$$(ج) \quad (x=0) \quad \text{حلا للمعادلة} \quad \frac{-yx}{5} - \frac{1}{3} - \frac{5y-3}{2}x = \frac{x}{3} - \frac{y}{2}$$

تمرين عدد 08:

نعتبر العبارة A حيث $x \in \mathbb{Q}$ ؛ $A = (3x-2)^2 - (3x+3)^2 - 2(x-1)$ ؛

1- بيّن أن $A = -32x - 3$

2- حل في \mathbb{Q} المعادلة $A = -2x$

تمرين عدد 09:

نعتبر العبارة B حيث $x \in \mathbb{Q}$ ؛ $B = (5x-2)(6x-5) - (5x-2)(3x+3)$ ؛

1- بيّن أنّ $B = (5x-2)(3x-8)$

2- حل في \mathbb{Q} المعادلتين : $3x-8=0$ و $5x-2=0$

3- استنتج مجموعة حلول المعادلة $B = 0$

نعتبر الشكل المقابل . ابحث عن x



تمرین عدد 12: ابحث عن ستة أعداد صحيحة طبيعية متتالية بحيث يكون مجموعها 477.

تمرین عدد 13: اشتريت مرام حاسوباً محمولاً و دفعت ثمنه على ثلاثة أقساط .

- القسط الأول : دفعت ربع المبلغ

- القسط الثاني : دفعت ثلاثة أخماس المبلغ

- القسط الثالث : دفعت 300 دينار

ما هو ثمن الحاسوب؟

تمرين عدد 14: توقفت حافلة ركاب بخمسة محطات في كل محطة ينزل من الحافلة نصف ركابها و في المحطة

النهائية نزل من الحافلة راكبان . ما هو عدد ركاب الحافلة عند انطلاقها.

تمرين عدد 15: ثلاثة ورثة تقاسموا تركة أبيهم على النحو التالي :

- نصيب الثاني $\frac{5}{6}$ نصيب الأول زائد 150 د ، نصيب الثالث $\frac{2}{5}$ نصيب الأول ناقص 80 د

إذا علمت أن نصيب الثاني يفوق نصيب الثالث بـ 500 د . حدد نصيب كل وريث ثم قيمة التركة.

تمرين عدد 16: اشترى أحمد قطعة أرض مساحتها 2500 m^2 في نهاية العام الأول ارتفع ثمنها بـ 10% و في نهاية

العام الثاني ارتفع ثمنها بـ 12% (بالنسبة للثمن في نهاية العام الأول) إذا علمت أن ثمن الأرض في نهاية العام الثاني

123200 دينار. فبكم اشترى أحمد المتر المربع من الأرض ؟

تمرین عدد 17: لیکن ABCD مربع ضلعه 4 cm

$$AL = AI = BK = BH = GC = FC = DE = JD = x$$

(1) ابحث عن المساحة الملونة بقيمة x

(2) ابحث عن x بحيث تساوي المساحة الملونة 14 cm^2

تمرین عدد 18:

لرجل مبلغ من المال أنفق ثلثه في المغازة الأولى وربع ما بقي له في المغازة الثانية

وخمسة ما تبقى في المغارة الثالثة وبقي له 80 د. كم كان لديه من المال؟



تمرين عدد 19: تمثل القاعدة التالية العلاقة بين كتلة الإنسان النظرية وقيس طوله النظري $p = (x - 100) - \left(\frac{x - 150}{a}\right)$

x هو قيس الطول بالصنتمتر و a يساوي 2 إذا كان هذا الإنسان انثى و 4 إذا كان ذكرا و p هو كتلة بالكيلوغرام.

(1) أوجد الكتلة النظرية للنساء اللاتي قيس طولهن 1,7m

(2) أوجد الكتلة النظرية للرجال الذين قيس طولهم 1,85m

(3) ما هو قيس الطول النظري لرجل كتلته 80kg ؟

(4) ما هو قيس الطول النظري لامرأة كتلتها 60kg

تمرين عدد 20: أكمل المستطيل التالي بحيث يكون مجموع الأعداد في كل سطر مساويا لمجموع الأعداد في كل عمود وفي القطرين.

$x-1$	$x+13$		$x+2$
		$x+5$	
$x+6$	$x+7$	$x+9$	$x+3$
	$x+1$	x	

تمرين عدد 21: نعتبر العبارة E حيث $x \in \mathbb{Q}$ ، $E = (x + 2)(x - 2) - 5$

1- بين أن : $E = x^2 - 9$

(2) حل في \mathbb{Q} المعادلة $E = 0$

تمرين عدد 22: ما هو العدد الكسري الذي إذا أضفنا إليه نصفه ثم ثلثه ثم رבעه تحصلنا على واحد ؟

تمرين عدد 23: ابحث عن خمسة أعداد صحيحة طبيعية زوجية متتالية بحيث يكون مجموعها 410 .

تمرين عدد 24: يملك عمر مبلغا من المال أعطى رבעه إلى صديقه سامي و ثلثه إلى صديقتها ريم و بقي معه 3.500 د ابحث عن المبلغ الذي يملكه عمر.

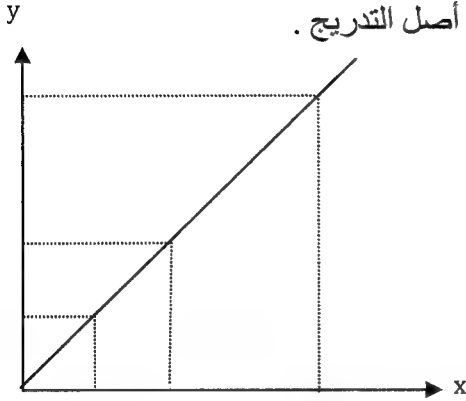
مراجعة عامة

* يكون متغيران x و y متناسبين عكسيا إذا كان جذاؤهما ثابت أي $xy = a$ حيث a عدد معلوم؛ a يسمي "العامل التناسبي".

* يكون متغيران x و y متناسبين طردا (أو في علاقة تناسب طردي) إذا كان حاصل قسمة أحدهما على الآخر ثابتا أي $\frac{y}{x} = a$ حيث a عدد معلوم. a يسمي "العامل التناسبي".

ملاحظة :

تمثل علاقة تناسب طردي بين متغيرين بنقاط على استقامة واحدة مع أصل التدرج.



التمارين

تمرين عدد 01: سيارة تستهلك 4ل من البنزين في 80 Km
(1) أكمل الجدول التالي

المسافة (Km)	80		140
كمية البنزين (ل)	4	45	

(2) أوجد العامل التناسبي للجدول

تمرين عدد 02: أجب بصواب أو خطأ

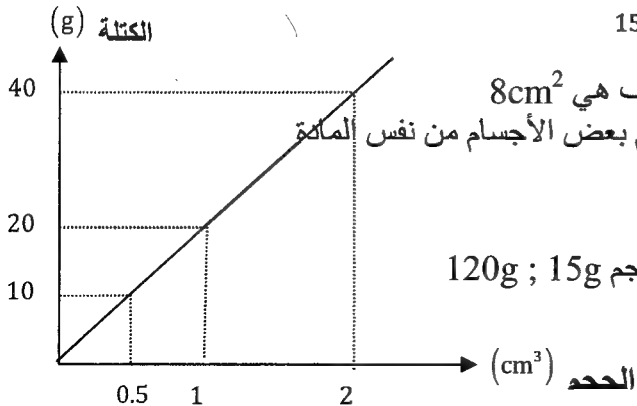
(1) العددين $-\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{15}$ متناسبان طردا مع -8 و 80

(2) إذا علمت أن 400ml من مواد تنظيف كافية لتنظيف 20cm^2 من الجليز إذن
(أ) كمية المواد اللازمة لتنظيف 15m^2 من الجليز هي 150ml

(ب) مساحة الجليز التي يمكن تنظيفها بـ 1.6ل من مواد التنظيف هي 8cm^2

تمرين عدد 03: الرسم المقابل تمثيل لرسم بياني للعلاقة بين حجم بعض الأجسام من نفس المادة وكتلتها

استنتج من التمثيل كتلة 1.5cm^3 ; 3cm^3 ; 1000cm^3 و حجم 15g ; 120g



تمرين عدد 04:

ابحث عن العددين x و y يليكون الجدول التالي: جدول تناسب طردي

y	2	x
5	3	$3+x$

تمرين عدد 05: أوجد العددين x و y بحيث $2x$ و $x+1$ و $2y+3$ متناسبة طردا مع 5 و 3 و 4

تمرين عدد 06: أب له 4 أبناء أعمارهم على التوالي 6 و 9 و 12 سنة و 15 سنة وزع عليهم مبلغا قدره 21 دينار كم نصيب كل ابن إذا علمت أن نصيب كل ابن متناسب طردا مع عمره.

تمرين عدد 07:

نعتبر عددين صحيحين طبيعيين مخالفين للصفر a و b متناسبان طردا مع 7 و 8 بحيث a مكرر لـ 7

(1) أثبت أن b قاسم لـ 8

(2) أثبت أن $\frac{a+b}{15} \in \mathbb{N}$

(3) جد a و b في حالة أن $a+b = 2055$

(4) اختزل إذن إلى أقصى حد $\frac{959}{1096}$

تمرين عدد 08:

(1) احسب أقيسة زوايا مثلث علما أنها متناسبة طردا مع 2 و 3 و 5

(2) ماهي طبيعة هذا المثلث؟

تمرين عدد 09:

(1) حول الكتابات التالية إلى نسب مائوية $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{8}{10}$

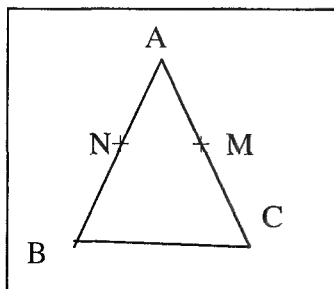
(2) حول الكتابات التالية إلى أعداد كسرية 45% ; 22%

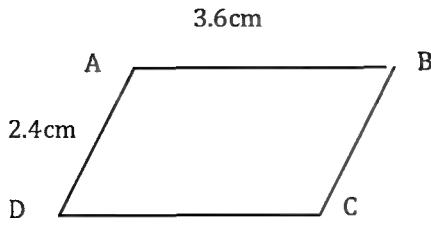
تمرين عدد 10:

نعتبر الشكل المقابل حيث المثلثان ABC و AMN متشابهان

بحيث $BC = 2.4 \text{ Cm}$; $3AM = AC$; $3AN = AB$

احسب MN





تمرين عدد 11: ABCD متوازي أضلاع

ارسم رباعي EFGH متشابه لها بحيث $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{2}$

تمرين عدد 12: أكمل الجدول التالي بحيث تكون أعداد السطر الأول متناسبة عكسيا

مع أعداد السطر الثاني و x عدد كسري مخالف لصفر

$\frac{5}{x}$	x	$-\frac{5}{3}$
$\frac{2}{3}x$		

تمرين عدد 13: أوجد عددين a و b متناسبين عكسيا مع 3 و -4 و $a + b = 2$

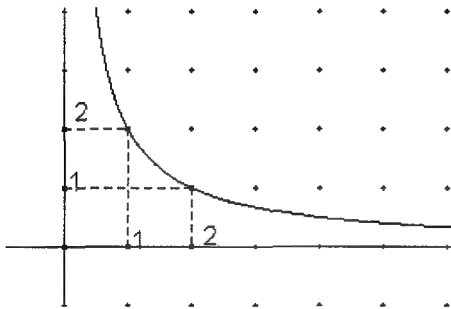
تمرين عدد 14: يمثل الرسم المقابل تمثيل بياني لعلاقة تناسب بين متغيرين

(1) حدد إن كان التناسب طرديا أو عكسيا ؟

(2) أوجد العامل التناسبي لهذه العلاقة

(3) أكمل بحيث تكون النقاط $A\left(\frac{1}{3}; \dots\right)$ ؛ $B(10; \dots)$ و $C(\dots; 50)$

على التمثيل البياني



مراجعة عامة

السلسلة الإحصائية المنقطعة:

- 1- مدى سلسلة إحصائية منقطعة هو الفرق بين أصغر قيمة و أكبر قيمة فيها
- 2- المنوال في سلسلة إحصائية منقطعة هو القيمة أو القيم ذات التكرار الأكبر
- 3- المعدل الحسابي لسلسلة إحصائية منقطعة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل قيمة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة
- 4- لإيجاد موّسط سلسلة إحصائية منقطعة ذات ميزة كمية ؛ نرتّب قيمها تصاعديًا أو تنازليًا و يكون الموّسط هو:

-القيمة التي ترتبها $\frac{N+1}{2}$ إذا كان N عددا فرديًا

-المعدّل الحسابي للقيمتين اللتين ترتبهما $\frac{N}{2} + 1$ و $\frac{N}{2}$ إذا كان N عددا زوجيًا

السلسلة الإحصائية المسترسلة:

- 1- مدى سلسلة إحصائية مسترسلة هو الفرق بين الطرف الأصغر في الفئة الأولى و الطرف الأكبر في الفئة الأخيرة
- 2- إذا كانت كل الفئات متساوية المدى فإن المنوال (أو الفئة المنوال) هي كل فئة لها التكرار الأكبر
- 3- مركز الفئة هو المعدّل الحسابي لطرفيها
- 4- المعدّل الحسابي لسلسلة إحصائية مسترسلة هو ناتج قسمة مجموع جذاءات كل مركز فئة و التكرار الموافق لها على التكرار الجملي لهذه السلسلة

التمارين

تمرين عدد 01: تمثّل قائمة الأعداد الآتية أعداد الفرض العادي في مادة الرياضيات بالنسبة إلى قسم يعدّ 20 تلميذا.

11 ; 12 ; 10 ; 17 ; 9 ; 15 ; 16 ; 20 ; 9 ; 5 ; 18 ; 9 ; 8 ; 15 ; 4 ; 8 ; 12 ; 8 ; 15 ; 8

ابحث عن موّسط هذه السلسلة الإحصائية و منوالها و مداها.

تمرين عدد 02: تمثّل قائمة الأعداد الآتية معدّل 11 تلميذا في مادة العربية:

8 ; 13 ; 8 ; 12 ; 8 ; 13 ; 12 ; 11 ; 10 ; 15 ; 15 ; 15 ماهو موّسط هذه السلسلة الإحصائية، منوالها و مداها ؟

تمرين عدد 03:

رمينا 20 مرّة نردًا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 و سجّلنا رقم الوجه العلوي بعد كل رمية فتحصلنا على الجدول التالي:

رقم الوجه العلوي	1	2	3	4	5	6
التكرار	4	3	3	6	2	2

- (1) أعط منوال ومدى هذه السلسلة.
- (2) مثل هذا الجدول بمخطّط العصيّات
- (3) ماهو موّسط هذه السلسلة ؟
- (4) ماهي النسبة المئوية لظهور رقم 4 على الوجه العلوي ؟ (5) حدّد المعدّل الحسابي لهذه السلسلة

تمرين عدد 04: يمثل الجدول أسفله الأجور لـ 50 عامل بشركة بالدينار

الأجور	من 300 الى أقل من 320	من 320 الى أقل أقل من 340	من 340 الى أقل من 360	من 360 الى أقل من 380
مركز الفئة				
عدد العمال	18	10	12	10
التواترات بالنسبة المئوية				

(1) أكمل الجدول

(2) ما هو منوال و مدى هذه السلسلة ؟

(3) مثل هذا الجدول بمخطط المستطيلات

(4) ارسم مصلع التكرارات على المخطط

(5) احسب معدل أجور العمال

(6) نختار عاملا بصفة عشوائية، ما هو احتمال أن يكون أجره أكبر أو يساوي لـ 340 دينار

تمرين عدد 05: يمثل الجدول المقابل معلومات عن المحصول الزراعي لفلاح خلال الموسم 2007-2008

نوع المحصول	الكمية بالقنطار
شعير	810
قمح	1200
فول	600
ذرة	390

(1) احسب النسبة المئوية لكل نوع من المحصول

(2) مثل الجدول السابق بمخطط القطاع الدائري

تمرين عدد 06: يمثل المخطط المقابل عدد الساعات التي يقضيها أطفال أمام التلفاز كل يوم أحد

(1) ما هو نوع هذا المخطط؟

(2) ماهي طبيعة المتغير الإحصائي المدروس ؟

(3) ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة؟

(4) ماهي المدة الزمنية التي تقضيها أكبر عدد

من الأطفال أمام التلفزة ؟ ماذا يمثل؟

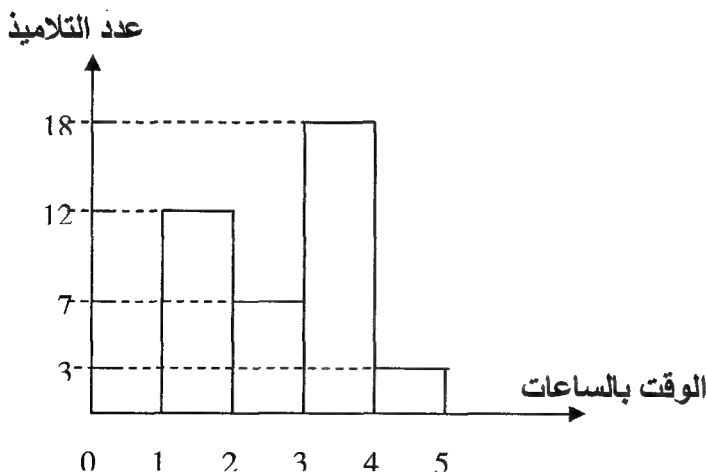
(5) نظم هذه المعطيات في جدول إحصائي ميز

فيه التواترات بالنسبة المئوية

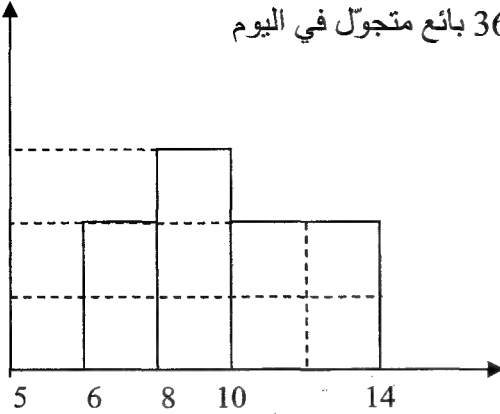
(6) ماهي النسبة المئوية للأطفال الذين

يقضون أقل من 3 ساعات أمام التلفزة؟

(7) احسب معدل هذه السلسلة الإحصائية؟



تمرين عدد 07: يمثل المخطط المقابل توزيع المسافة بالكم التي يقضيها 36 بائع متجول في اليوم ابحث عن A ، B و C في الجدول التالي؟



المسافة بالكم	من 6 إلى أقل من 8	من 8 إلى أقل من 10	من 10 إلى أقل من 14
عدد الأشخاص	A	B	C

تمرين عدد 08:

نعتبر المعطيات التالية تتعلق بالمسافة بالكيلومتر لكل سيارة من جملة 40 سيارة إسعاف خلال أسبوع

215 , 235 , 220 , 240 , 225 , 235 , 230 , 215 , 220 , 225 , 215 , 230 , 230 , 220 , 225 , 230 , 235 , 240 , 215 , 220 , 230 , 215 , 220 , 230 , 215 , 220 , 230 , 235 , 240 , 230 , 235 , 240 , 215 , 220 , 230 , 235 , 240 , 230 , 220 , 215 , 230 , 220 , 240 , 240 , 235 , 220

- (1) أ) نظم هذه المعطيات في جدول إحصائي بسيط
- ب) حدّد منوال و متوسط هذه السلسلة الإحصائية
- ج) احسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية
- (2) أ) كوّن جدولاً إحصائياً ذا أصناف مداها 10 و احسب التكرارات الموافقة لكل صنف
- ب) مثل التكرارات بمخطط إحصائي مناسب

تمرين عدد 09: باستعمال الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 :

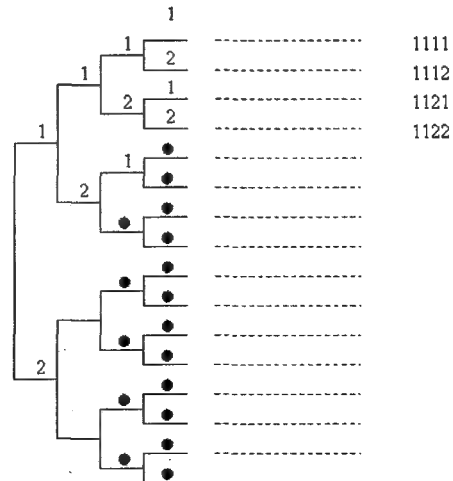
- (1) بكم من طريقة يمكنك تكوين عدد ذي رقمين مختلفين
 - (2) بكم من طريقة يمكنك تكوين عدد ذي رقمين مختلفين أو متساويين
- تمرين عدد 10:** باستعمال الرقمين 1 و 2 أرادت مرام تكوين رقم سرّي يتكون من 4 أرقام

(1) أكمل شجرة الاختيار التالية

(2) ماهو عدد الحالات الممكنة؟

(3) عبّر بعدد كسري ثم نسبة مائوية عن احتمال الحدث A : "الحصول على عدد سرّي يتكون من نفس الأرقام"

العدد السري:



تمرين عدد 11: توجد ثلاث كويرات مرقمة (1)، (2) و (3) هذه الكويرات موزعة عشوائيا في خانتين a و b (طاقة استيعاب كل خانة ثلاثة كويرات). حدد عدد الحالات الممكنة لوضع هذه الكويرات.

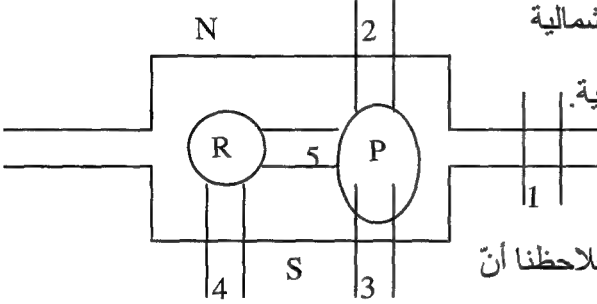
تمرين عدد 12: صالح وعلي و سالمة يريدون الجلوس على بنك ذي 3 مقاعد (1) ما هو عدد إمكانيات الجلوس ؟

(2) ما هو احتمال جلوس سالمة بين الرجلين ؟ ما هو احتمال جلوس الرجلين جنبا إلى جنب ؟

تمرين عدد 13: في مدينة يشقها نهر، توجد 5 مسالك تمكّن من المرور بين الضفة الشمالية (N)، الضفة الجنوبية (S)، جزيرة العبور (P) و جزيرة الاستراحة (R) كما يبينه الرسم المقابل. كل مسلك لا يستعمل إلا مرة واحدة.

(1) كم من مسلك ينطلق من الضفة الشمالية و يعود إلى الضفة الشمالية

(2) كم من مسلك ينطلق من الضفة الجنوبية و يعود إلى الضفة الجنوبية.



تمرين عدد 14:

قمنا بإحصائيات في شركة تحتوي على 40 إطارا و 120 عامل، فلاحظنا أن

• 60 % من الإطارات يتكلمون الانجليزية

• 30 % من العملة لا يتكلمون الانجليزية

أتمم الجدول التالي :

العدد الجملّي	العملة	الإطارات	
			يتكلمون الانجليزية
			لا يتكلمون الانجليزية

تمرين 15: اشترت مرام علبة تحتوي على قطع من البسكويت مختلفة الأشكال وعلى كل قطعة صورة حسب ما يبين الجدول التالي:

الشكل	الصورة	عصفور	نجمة	زهرة	جامع	سمكة
قرص دائري	14	10				
مثلث				16	8	
مربع				12		20

وجدت مرام ثقبان بالعلبة وأن قطعة منها سقطت في الطريق. ما هو احتمال أن تكون القطعة التي سقطت من العلبة:

- (1) لها شكل قرص دائري ؛ (2) مرسوم عليها عصفور ؛ (3) مرسوم عليها زهرة ؛ (4) لها شكل مثلث ؛
(5) لها شكل مضلع ؛ (6) مرسوم عليها سيارة ، (7) لها شكل مثلث و مرسوم عليها زهرة.

تمرين عدد 16: في مسابقة تلفزيونية اقترح المنشط 5 أسئلة منها 3 في الأدب و 2 في الرياضة يختار المشارك

سؤالين بصفة عشوائية للإجابة عنها

(1) ما هو عدد إمكانية السؤالين؟

(2) ما هو احتمال أن يكون السؤالان في الأدب؟

(3) ما هو احتمال أن يكون السؤالان في الرياضة؟

(4) ما هو احتمال أن يكون السؤالان أحدهما في الرياضة و الآخر في الأدب؟

تمرين عدد 17: من جملة تلاميذ قسم A : 16 يدرسون الأنجليزية، 13 الإسبانية، 13 الألمانية، 4 الأنجليزية و الألمانية

5 الأنجليزية و الإسبانية و 3 يدرسون الثلاث لغات . ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟

تمرين عدد 18: لنعتبر نردتين متجانسين A و B أوجههما مرقمة من 1 إلى 6 تتمثل اللعبة في رمي النردين الى أعلى

و بعد سقوطهما نسجل الرقم a الموجود على الوجه العلوي للنرد A و الرقم b الموجود على النرد B ثم نجمع بعد ذلك

$S=a+b$

(1) باستعمال جدول ابحت عن عدد جميع الحالات الممكنة

(2) ما هو عدد الحالات التي نحصل فيها على $S=7$

(3) عبّر بعدد كسري عن احتمال الحدث : "الحصول على $S=10$ "

تمرين عدد 19: تحتوي علبة الدومينو على 28 قطعة كل منها منقسمة إلى نصفين على كل نصف عدد من النقاط من 0 إلى

6. دون النظر إلى وجهها المنقط نقوم بسحب قطعة.

(1) ما هو احتمال سحب قطعة مجموع نقاطها يساوي صفرا؟

(2) ما هو احتمال سحب قطعة مجموع نقاطها فرديا؟

(3) ما هو احتمال سحب قطعة نقاط نصفها متساوية؟

(4) ما هو احتمال سحب قطعة نصفها غير منقط والنصف الآخر به عدد زوجي من النقاط؟

(5) ما هو احتمال سحب قطعة جذا عدد نقاط نصفها فرديا؟

تمرين عدد 20: نعتبر نردا غير متجانس له وجهان يحملان رقم 2 و وجهان يحملان رقم 4 و وجهان يحملان رقم 6.

رمينا هذا النرد 24 مرة، إذا علمت أن احتمال ظهور أي وجه متناسب مع الرقم الموجود عليه.

(1) لنعتبر الجدول التالي

ابحث عن a و b و c

رقم الوجه	2	4	6
عدد المرات	a	b	c
التواترات	$\frac{a}{24}$	$\frac{b}{24}$	$\frac{c}{24}$

تمرين عدد 21: نريد تكوين عدد بأربعة أرقام مختلفة

باستعمال الأرقام 1، 2، 3، 4.

ما هو العدد الكسري الذي يمثل احتمال الحصول على عدد رقم أحاده 3؟

تمرين عدد 22: يمثل الجدول التالي إنتاج تونس من زيت الزيتون بين 1998 و 2004

السنة	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
زيت الزيتون (بالألف طن)	95	180	25	115	30	70	280

(1) مثل هذا الجدول بمخطط العصيات

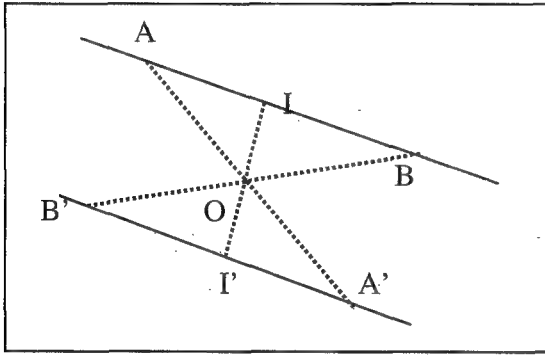
(2) أعط منوال هذه السلسلة.

(3) أعط مدى هذه السلسلة .

(4) حدّد المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية .

مراجعة عامة

- (1) لتكن O نقطة من المستوى و M نقطة مختلفة عن O
- تكون النقطة M' منازرة للنقطة M بالنسبة للنقطة O إذا كانت O منتصف قطعة المستقيم $[MM']$
 - منازرة النقطة O بالنسبة إلى O هي النقطة O نفسها
 - النقطة O تسمى مركز التناظر
- (2) منازرة قطعة مستقيم $[AB]$ بالنسبة إلى النقطة O هي قطعة المستقيم $[A'B']$ حيث تكون A' منازرة لـ A و B' منازرة لـ B بالنسبة إلى O
- منازرة النقطة I منتصف $[AB]$ بالنسبة إلى O هي النقطة I' منتصف $[A'B']$
 - التناظر المركزي يحافظ على البعد $AB = A'B'$
 - التناظر المركزي يحافظ على المنتصف
 - مناظر المستقيم (AB) بالنسبة إلى النقطة O هو المستقيم $(A'B')$
 - المستقيم (AB) و منازره $(A'B')$ بالنسبة للنقطة O هما متوازيان $(AB) \parallel (A'B')$
 - إذا كان مستقيم Δ يمر من النقطة O فإن مناظر Δ بالنسبة إلى O هو المستقيم Δ نفسه
- (3) التناظر المركزي يحافظ على إستقامة النقاط: مناظرات ثلاث نقاط على استقامة واحدة بالنسبة إلى النقطة هي ثلاث نقاط على استقامة واحدة



- (4) منازرة زاوية \hat{BAC} بالنسبة إلى نقطة O هي الزاوية $\hat{B'A'C'}$ حيث يكون نصف المستقيم $[A'B']$ مناظر لنصف المستقيم $[AB]$ بالنسبة للنقطة O
- و نصف المستقيم $[A'C']$ مناظر لنصف المستقيم $[AC]$ بالنسبة للنقطة O
 - التناظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا $\hat{BAC} = \hat{B'A'C'}$
- (5) منازرة دائرة مركزها I بالنسبة إلى النقطة O هي الدائرة المقايضة لها و التي مركزها النقطة I' منازرة I بالنسبة إلى O
- (6) إذا كان (O, I, J) معينا في المستوى حيث (OI) و (OJ) متعامدان و إذا كان الزوج الكسري (x, y) إحداثيات النقطة M فإن :

- منازرة النقطة M بالنسبة إلى محور الفاصلات (OI) هي النقطة M' إحداثياتها $(x, -y)$
- منازرة النقطة M بالنسبة إلى محور الترتيبات (OJ) هي النقطة M'' إحداثياتها $(-x, y)$
- منازرة النقطة M بالنسبة إلى أصل المعين O هي النقطة M''' إحداثياتها $(-x, -y)$

التمارين

تمرين عدد 01: أجب بـ "صواب" أو "خطأ"

- (أ) إذا كان $OA = OB$ فإن O منتصف $[AB]$
- (ب) إذا كان O منتصف $[AB]$ فإن A و B متناظرتان بالنسبة إلى O
- (ج) إذا كان $MA = MB$ فإن M تنتمي إلى محور تناظر النقطتين A و B

- (د) إذا كان $AB = A'B'$ و O منتصف $[AA']$ فإن القطعة $[A'B']$ منازرة القطعة $[AB]$ بالنسبة إلى النقطة O
 (هـ) إذا كان $\widehat{BOA} = \widehat{CÔD}$ فإن الزاوية \widehat{BOA} منازرة الزاوية $\widehat{CÔD}$ بالنسبة إلى النقطة O
 (و) إذا كان A و B متناظرين بالنسبة إلى مستقيم Δ فإن كل نقطة من Δ لها نفس البعد عن النقطتين A و B
 (ي) إذا كان $x\hat{O}y$ و $z\hat{O}t$ زاويتان متقابلتان بالرأس فإنهما متناظرتان بالنسبة إلى النقطة O

تمرين عدد 02: تأمل الشكل التالي حيث

$$OA = OC \text{ و } OB = OD$$

- (1) ماهي منازرة النقطة B بالنسبة إلى O ؟
- (2) ماهي منازرة النقطة O بالنسبة إلى O ؟
- (3) ماهي منازرة قطعة المستقيم $[AB]$ بالنسبة إلى O ؟
- (4) قارن البعدين AB و DC
- (5) ماهو منازر المستقيم (BD) بالنسبة إلى O ؟
- (6) ماهي منازرة الزاوية \widehat{ABD} بالنسبة إلى O ؟
- (7) قارن \widehat{ABO} و \widehat{BDC}

تمرين عدد 03:

- (1) ارسم مثلثا ABC قائم الزاوية في A ، ثم عين النقطة I منتصف $[BC]$

- (2) ابن النقطة D منازرة A بالنسبة إلى I
- (3) ماهي منازرة النقطة B بالنسبة إلى I ؟
- (4) أثبت أن $BD = AC$
- (5) أثبت أن $(BD) \perp (DC)$

تمرين عدد 04:

- (1) ارسم قطعة مستقيم $[BC]$ ثم ابن موسطها العمودي Δ يقطعها في النقطة I
- (2) عين نقطة A على Δ حيث $A \neq I$ ماهو نوع المثلث ABC ؟
- (3) ابن النقاط C' و B' و I' منازرات النقاط C و B و I على التوالي بالنسبة إلى النقطة A
- (4) أثبت أن النقاط C' و B' و I' على استقامة واحدة
- (5) أثبت أن I' منتصف $[B'C']$
- (6) أثبت أن المستقيم Δ يمثل الموسط العمودي لقطعة المستقيم $[B'C']$

تمرين عدد 05:

- (1) ارسم مستقيما Δ وعين نقطة B لا تنتمي له
- (2) ابن النقطة C منازرة B بالنسبة إلى Δ
- (3) أ) عين نقطة A من المستقيم Δ لا تنتمي إلى (BC) .
 ب) مانوع المثلث ABC ؟
- (4) أ) عين النقطة I منتصف $[AB]$
 ب) ابن النقطة J منازرة I بالنسبة إلى Δ .
- (ج) برهن على أن النقطة J منتصف القطعة $[AC]$
- (5) المستقيم (CI) يقطع المستقيم Δ في النقطة K
 أثبت أن النقاط K و B و J على استقامة واحدة
- (6) أ) ابن النقطة C' منازرة C بالنسبة إلى I
 ب) أثبت أن $AC' = BC$.

(ج) أثبت أن $\widehat{IC'A} = \widehat{ICB}$.

تمرين عدد 06:

- (1) ابن مثلثا ABC بحيث $AB=3\text{cm}$ و $AC=5\text{cm}$ و $BC=6\text{cm}$
- (2) ابن المتوسط العمودي Δ لقطعة المستقيم [BC] حيث Δ يقطع [BC] في I و [AC] في J
- (3) أ) ابن النقطة E منظرية A بالنسبة إلى Δ .
ب) أثبت أن $EC=3\text{cm}$
- (ج) أثبت أن $\widehat{BAI} = \widehat{IEC}$.
- (د) أثبت أن النقاط B و J و E على استقامة واحدة.
- (4) أ) ابن النقطة F منظرية A بالنسبة إلى I
ب) أثبت أن $(CF) \parallel (AB)$.
- (ج) أثبت أن $CF = AB$.
- (د) أثبت أن $\widehat{BAI} = \widehat{IFC}$
- (5) أ) أثبت أن $\widehat{IFC} = \widehat{IEC}$
ب) مانوع المثلث ECF ؟
ج) استنتج أن $\widehat{CFE} = \widehat{FEC}$.

تمرين عدد 07:

- (1) ارسم دائرة Γ مركزها O و قطرها [AB]
 - (2) ابن المستقيمين Δ و Δ' المماسين للدائرة Γ في النقطتين A و B على التوالي
 - (3) ماهي الوضعية النسبية للمستقيمين Δ و Δ' ؟
 - (4) أثبت أن المستقيمين Δ و Δ' متناظران بالنسبة إلى O
 - (5) أ) عين نقطة C على Δ مخالفة للنقطة A ثم ابن النقطة D منظرية C بالنسبة إلى O
ب) أثبت أن $BD = AC$.
 - (ج) أثبت أن $\widehat{ODB} = \widehat{OCA}$
 - (6) أ) ابن النقطة O' منظرية O بالنسبة إلى A.
ب) ماهي طبيعة المثلث OCO' ؟
ج) ماهي منظرية الدائرة Γ بالنسبة إلى A ؟
د) ماهي الوضعية النسبية للدائرة Γ و مناظرتها بالنسبة إلى A ؟
- تمرين عدد 08:** ارسم دائرتين Γ و Γ' مركزهما I و I' على التوالي لهما نفس الشعاع و متقاطعتين في النقطتين A و B

- (2) ماهو نوع كل من المثلثين IBI' و IAI' ؟
- (3) أثبت أن الدائرتين Γ و Γ' متناظرتين بالنسبة إلى المستقيم (AB)
- (4) المستقيم (AB) يقطع القطعة [II'] في O
أ) ارسم المستقيم Δ المار من I و الموازي للمستقيم (AB) يقطع الدائرة Γ في النقطتين J و K
ب) ابن النقطتين J' و K' مناظرتي النقطتين J و K بالنسبة إلى O
ج) أثبت أن النقاط I' و J' و K' على استقامة واحدة
د) أثبت أن $(J'K') \parallel (AB)$.
- هـ) أثبت أن $\widehat{IJO} = \widehat{I'JO}$

تمرين عدد 09:

- (1) ارسم مثلثا ABC ثم عين النقطتين I و J منتصفتي [AC] و [AB] على التوالي
- (2) أ) ابن النقطة B' منظرية B بالنسبة إلى I ثم ابن النقطة C' منظرية C بالنسبة إلى J
- (ب) أثبت أن النقاط A و B' و C' على استقامة واحدة
- (ج) أثبت أن A منتصف [B'C']
- (د) أثبت أن $\widehat{AC'C} = \widehat{BCC'}$ و $\widehat{CBB'} = \widehat{ABB'}$

تمرين عدد 10:

- (1) ارسم مثلث ABC حيث $BC = 5\text{cm}$ و $\widehat{ABC} = 50^\circ$

- (2) لتكن I منتصف القطعة [AB]
- (أ) ابن النقطة C' منظرية C بالنسبة إلى I
- (ب) أثبت أن $AC' = 5\text{cm}$ و أن $(AC') \parallel (BC)$
- (ج) أثبت أن $\widehat{BAC'} = 50^\circ$
- (3) ابن النقطتين E و F منظرتي النقطتين B و C بالنسبة إلى A
- (4) أثبت أن $EF = AC'$ و أن $(EF) \parallel (AC')$
- (5) أثبت أن $\widehat{C'AB} = \widehat{FEA}$

تمرين عدد 11:

- (1) ارسم معيننا (O, I, J) في المستوى حيث $OI = OJ$ و $(OJ) \perp (OI)$
- (2) حدد إحداثيات النقاط O و I و J
- (3) أ) عين النقطتين A(2;3) و B(-3;4)
- (ب) حدد إحداثيات كل من النقطتين A' و B' منظرتي A و B بالنسبة إلى المحور (OI)
- (ج) حدد إحداثيات كل من النقطتين D و C منظرتي A و B بالنسبة إلى المحور (OJ)
- (د) حدد إحداثيات كل من النقطتين E و F منظرتي A و B بالنسبة إلى النقطة O
- (4) أثبت أن $EF = AB$ و أن $(EF) \parallel (AB)$
- (5) ماهي طبيعة الرباعي ABEF ؟

تمرين عدد 12:

- (1) ارسم معيننا (O, I, J) في المستوى حيث $OI = OJ$ و $(OJ) \perp (OI)$
- (2) عين النقاط A(3; 1) و B(-3;1) و C(3;-1) و D(-3;-1) و E(4;4)
- (3) حدد منظرية النقطة A بالنسبة إلى المحور (OI) و المحور (OJ) و النقطة O
- (4) ماهي مجموعة النقاط M(x;y) حيث $x=3$ و $y \in \mathbb{Q}$ ؟
- (5) ماهي مجموعة النقاط N(x;y) حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y=-1$ ؟
- (6) ماهي مجموعة النقاط P(x;y) حيث $x=y$ ؟
- (7) حدد إحداثيات K نقطة تقاطع المجموعتين N(x;y) و P(x;y)

تمرين عدد 13:

- (1) ارسم مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A
- (2) ابن النقطتين B' و C' منظرتي النقطتين B و C بالنسبة إلى A
- (3) أثبت أن $B'C' = BC$
- (4) أثبت أن $\widehat{ABC'} = \widehat{ABC}$
- (5) ابن النقاط M و N و P منظرات النقاط B و A و B' على التوالي بالنسبة إلى النقطة C

6) بين أن النقاط P و N و M على استقامة واحدة

7) أثبت أن N منتصف [MP]

8) أثبت أن $CM = B'C'$

تمرين عدد 14:

1) ارسم دائرة Γ مركزها O وشعاعها $OA = 3\text{cm}$

2) ابن المستقيم Δ المماس للدائرة Γ في A ثم عين نقطة B على Δ حيث $AB = 2\text{cm}$

3) أ) ابن النقطتين O' و B' مناظرتي O و B بالنسبة إلى A

ب) أثبت أن $OB = O'B'$ وأن $(OB) \parallel (O'B')$

ج- ما هي مناظرة الدائرة Γ بالنسبة إلى A

4) أ) ابن النقاط I و J و K مناظرات النقاط A و B و B' على التوالي بالنسبة إلى النقطة O'

ب) أثبت أن النقاط I و J و K على استقامة واحدة

ج) أثبت أن $KJ = 4\text{cm}$. د) أثبت أن المستقيم (KJ) مماس لمناظرة الدائرة Γ بالنسبة إلى A في النقطة I

تمرين عدد 15:

ليكن معينا (O, I, J) في المستوى حيث $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$

لتكن H مجموعة النقاط $M(x; y)$ حيث $x = 3$ و $2 \leq y \leq 6$

1) مثل المجموعة H في المعين (O, I, J)

2) مثل المجموعتين H_1 و H_2 مناظرتي المجموعة H بالنسبة إلى كل من المحور (OI) و المحور (OJ) على التوالي

3) نعتبر النقطتين A و B طرفي المجموعة H

حدد إحداثيات كل من النقطتين A_1 و B_1 طرفي المجموعة H_1 ثم حدد إحداثيات كل من النقطتين A_2 و B_2 طرفي المجموعة H

تمرين عدد 16:

أ) 1) ابن مثلث EFG حيث $EG = 5\text{cm}$ و $\widehat{FEG} = 60^\circ$ و $\widehat{EGF} = 45^\circ$

ب) عين النقطة I منتصف [EF] ثم ابن النقطة G' مناظرة G بالنسبة إلى I

ج) بين أن $FG' = 5\text{cm}$

أ) 2) عين النقطة J منتصف [FG] ثم ابن النقطة E' مناظرة E بالنسبة إلى J

ب) بين أن $FE' = FG'$

3) أثبت أن النقطتين E' و G' متناظرتان بالنسبة إلى F

4) ما هي مناظرة الزاوية \widehat{FGE} بالنسبة إلى I. استنتج قيسها

تمرين عدد 17:

1) ارسم مثلثا EFG قائما في E حيث $\widehat{EFG} = 40^\circ$ و $FG = 5\text{cm}$

ب) احسب \widehat{EGF}

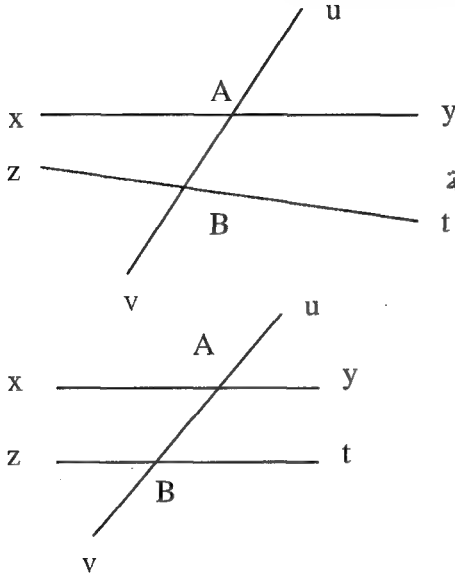
أ) 2) عين النقطة A على [FG] حيث $GA = 2\text{cm}$ وارسم النقطة I المستقط العمودي لـ A على (EG)

ب) بين أن $(AI) \parallel (EF)$. ج- أثبت أن $\widehat{IAG} = 40^\circ$

3) ابن النقطة B مناظرة G بالنسبة إلى I والنقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I

ب) بين أن $(BD) \parallel (GA)$. ج- استنتج أن $\widehat{DBI} = 50^\circ$

مراجعة عامة



(1) - الزاويتان $u\hat{B}t$ و $x\hat{A}v$ هما زاويتان متبادلتان داخليا

- الزاويتان $u\hat{A}y$ و $u\hat{B}t$ هما زاويتان متماثلتان

- الزاويتان $v\hat{A}y$ و $u\hat{B}t$ هما زاويتان داخليتان من نفس الجهة

(2) إذا كان المستقيمان (xy) و (zt) متوازيين فإن :

- كل زاويتين متبادلتان داخليا متقايستان $x\hat{A}v = u\hat{B}t$

- كل زاويتين متماثلتان متقايستان $u\hat{B}t = u\hat{A}y$

- كل زاويتين داخليتان من نفس الجهة متكاملتان

$$u\hat{B}t + y\hat{A}v = 180^\circ$$

(3) - مستقيمان و قاطع لهما يكونان زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين هما مستقيمان متوازيان

- مستقيمان و قاطع لهما يكونان زاويتين متماثلتين متقايستين هما مستقيمان متوازيان

(4) - مجموع زوايا مثلث يساوي 180°

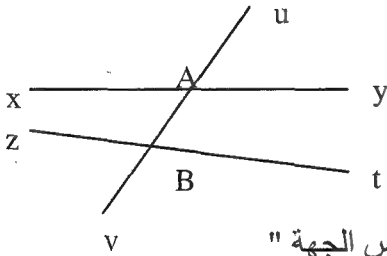
- مجموع أقيسة زوايا رباعي محدب يساوي 360°

التمارين

تمرين عدد 01:

تأمل الرسم التالي حيث (xy) و (zt) مستقيمين

و (uv) مستقيم قاطع لهما في النقطتين A و B

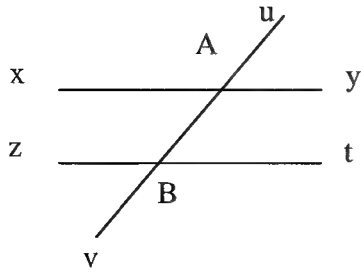


(1) أكمل الفراغات بما يناسب: "متبادلتان داخليا / متماثلتان / داخليتان من نفس الجهة"

..... $u\hat{B}t$ و $u\hat{A}y$ هما زاويتان

..... $u\hat{B}t$ و $x\hat{A}v$ هما زاويتان

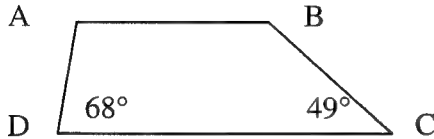
..... $u\hat{B}t$ و $y\hat{A}v$ هما زاويتان



(2) نعتبر المستقيمين (xy) و (zt) متوازيين
 أ) قارن كل من الزاويتين \widehat{uAy} و \widehat{UBT} ثم الزاويتين \widehat{XAV} و \widehat{UBT}

ب) إذا كان $\widehat{UBT} = 58^\circ$ احسب \widehat{yAv} ; \widehat{xAv} ; \widehat{uAy}

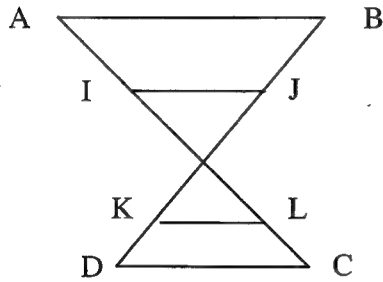
تمرين عدد 02:



تأمل الرسم التالي حيث ABCD شبه منحرف و $\widehat{ADC} = 68^\circ$ و $\widehat{DCB} = 49^\circ$.

احسب \widehat{DAB} و \widehat{ABC}

تمرين عدد 03:

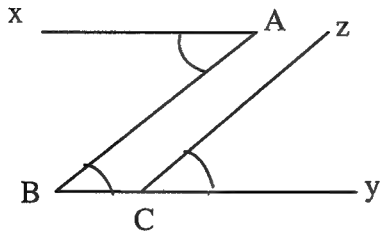


تأمل الرسم التالي حيث $(DC) \parallel (KL) \parallel (IJ) \parallel (AB)$

و $OD = OC$ و $\widehat{ODC} = 63^\circ$

احسب: $\widehat{O\hat{K}L}$; $\widehat{I\hat{J}B}$; $\widehat{A\hat{B}J}$; $\widehat{A\hat{O}B}$

تمرين عدد 04:



تأمل الرسم التالي حيث $\widehat{xAB} = \widehat{AB\hat{y}} = \widehat{zCy}$
 أثبت أن $(AB) \parallel (Cz)$ و أن $(By) \parallel (Ax)$

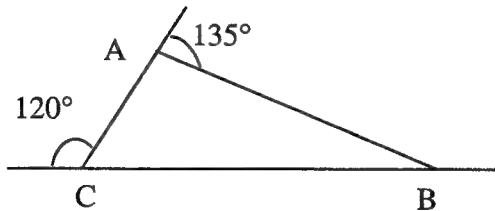
تمرين عدد 05:

ارسم زاوية $[ox; oy]$ حيث $\widehat{xOy} = 75^\circ$ ثم عين نقطة A على (ox)

ارسم نصف المستقيم $[Az)$ من جهة (oy) حيث $\widehat{oAz} = 105^\circ$

أثبت أن $(oy) \parallel (Az)$

تمرين عدد 06:



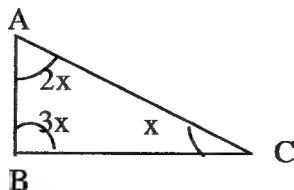
تأمل الرسم التالي

احسب أقيسة زوايا المثلث ABC

تمرين عدد 07:

تأمل الرسم التالي

أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية



تمرين عدد 08:

- (1) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A ثم ابن المستقيم Δ المار من A و الموازي للمستقيم (BC)
 (2) أ) ابن [Bx] و [Cy] منصفى الزاويتين $\hat{A}BC$ و $\hat{A}CB$ على التوالي حيث [Bx] يقطع Δ في نقطة I و [Cy] يقطع Δ في نقطة J
 ب) أثبت أن $\hat{A}IB = \hat{C}BI$ و $\hat{A}JC = \hat{JCB}$
 (3) المستقيمين (CJ) و (BI) يتقاطعان في النقطة K
 أثبت أن المثلث KIJ متقايس الضلعين

تمرين عدد 09:

- (1) ارسم مثلث ABC قائم الزاوية في A حيث $\hat{A}BC = 54^\circ$ احسب $\hat{A}CB$
 (2) أ) ابن Δ المستقيم المار من C و العمودي على (AC)
 ب) أثبت أن $\Delta \parallel (AB)$
 (3) عين نقطة E على المستقيم Δ من جهة B
 أثبت أن $\hat{B}AE = \hat{A}EC$ و $\hat{A}BC = \hat{BCE}$
 (4) أ) ابن المستقيم Δ' الموازي للمستقيم (BC) و المار من A حيث يقطع المستقيم Δ في النقطة K
 ب) عين نقطة F على المستقيم Δ' من جهة B أثبت أن $\hat{B}AF = \hat{BCE}$
 (5) احسب أقيسة زوايا المثلث ACK

تمرين عدد 10:

- (1) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $\hat{A}BC = 70^\circ$ احسب $\hat{B}AC$
 (2) الارتفاع الصادر من A يقطع (BC) في النقطة H
 أ) أثبت أن [AH] هو منصف الزاوية $\hat{C}AB$
 ب) استنتج $\hat{C}AH$; $\hat{H}AB$
 (3) المستقيم الموازي لـ (AC) و المار من B يقطع المستقيم (AH) في النقطة K
 أ) أثبت أن $\hat{A}KB = \hat{C}AK$; $\hat{A}CB = \hat{CBK}$
 ب) أثبت أن المثلث ABK متقايس الضلعين

تمرين عدد 11:

- (1) أ) ارسم مثلث ABC حيث $\hat{B}AC = 50^\circ$; $\hat{A}BC = 65^\circ$ ، احسب $\hat{A}CB$
 ب) أثبت أن $AB = AC$
 (2) أ) عين نقطة I على القطعة [AC] ثم ابن المستقيم Δ المار من I و العمودي على المستقيم (BC) حيث Δ يقطع [BC] في J
 و يقطع (AB) في K
 ب) احسب \hat{JIC} ثم استنتج $\hat{A}IK$
 ج) احسب \hat{AKI}
 (3) أ) ابن النقطة E مناظرة النقطة I بالنسبة إلى النقطة J
 ب) أثبت أن المثلث ICE متقايس الضلعين
 ج) أثبت أن $\hat{BKE} = \hat{CEK}$
 د) أثبت أن $(CE) \parallel (AB)$

تمرين عدد 12:

(1) أ) ارسم دائرة Γ مركزها O و قطرها [AB] ثم ابن المستقيمين Δ و Δ' المماسين للدائرة Γ في النقطتين A و B على التوالي

(ب) أثبت أن $\Delta' \parallel \Delta$

(2) أ) عين نقطة C من Δ' حيث $OB = OC$ المستقيم (OC) يقطع Δ في E

(ب) أثبت أن $\widehat{OEA} = \widehat{OCB} = 45^\circ$

(3) أ) ابن النقطتين F و G مناظرتي E و O على التوالي بالنسبة إلى A

(ب) أثبت أن $\widehat{GFE} = \widehat{OEF}$

(ج) أثبت أن $(OE) \parallel (GF)$

تمرين عدد 13:

(1) ارسم مستطيلا ABCD ثم عين النقطتين M و N على [AB] و [DC] على التوالي حيث $\widehat{DNM} = 120^\circ$

احسب \widehat{AMN}

(2) المستقيم (MN) يقطع المستقيمين (BC) و (AD) في النقطتين I و J على التوالي أثبت أن

$$\widehat{IMB} = \widehat{MNC} \quad ; \quad \widehat{BIM} = \widehat{DJN}$$

(3) أ) ابن النقطتين P و K حيث P مناظرة M بالنسبة إلى B و K مناظرة N بالنسبة إلى D

(ب) ما نوع كل من المثلثين \widehat{IPM} ; \widehat{JKN} ؟

(ج) أثبت أن $\widehat{IMP} = \widehat{IPM} = \widehat{JNK} = \widehat{NJK}$

(د) استنتج أن $\widehat{PIM} = \widehat{KJN}$

(هـ) أثبت أن $(KJ) \parallel (IP)$

تمرين عدد 14:

(1) أ) ارسم شبه منحرف ABCD قاعدته [AB] و [CD]

حيث $\widehat{BCD} = 60^\circ$ ثم ابن المستقيم Δ الموسط العمودي للقطعة [AB]

(ب) أثبت أن Δ عمودي على المستقيم (CD)

(2) المستقيم Δ يقطع [AB] و [CD] في النقطتين I و J على التوالي ، احسب \widehat{ABC}

(3) المستقيم Δ يقطع المستقيم (BC) في النقطة K

أ) احسب \widehat{KAB}

(ب) ما نوع المثلث \widehat{ABK} ؟

تمرين عدد 15: (1) أ) ارسم مثلث ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $\widehat{ABC} = 74^\circ$

(ب) احسب \widehat{BAC}

(2) أ) لتكن النقطة I منتصف [AB] ابن المستقيم المار من I الموازي للمستقيم (BC) و يقطع [AC] في النقطة J

(ب) أثبت أن $\widehat{AIJ} = \widehat{AJI} = 74^\circ$

(ج) ما نوع المثلث \widehat{AIJ} ؟

(د) أثبت أن J منتصف [AC]

(3) أ) ابن النقطتين K و L حيث K مناظرة J بالنسبة إلى I و L مناظرة I بالنسبة إلى J

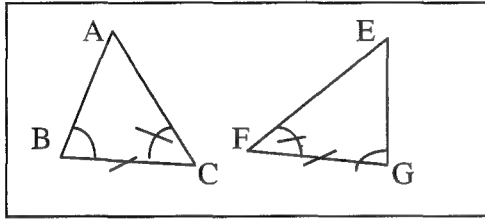
(ب) أثبت أن $\widehat{AKB} = \widehat{AJK}$; $\widehat{ILC} = \widehat{AIL}$

(ج) أثبت أن $(KB) \parallel (AC)$ و أن $(LC) \parallel (AB)$

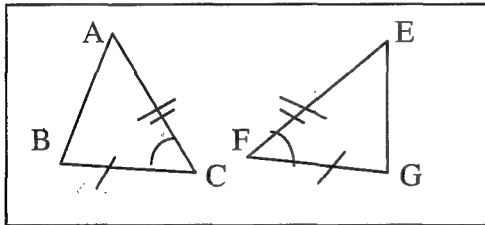
(4) المستقيمان (KB) و (LC) يتقاطعان في النقطة E أثبت أن $EK = EL$

مراجعة عامة

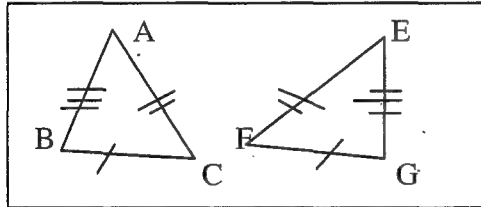
-مثلثان متقايسان هما مثلثان أضلاعهما متقايسة
مثنى مثنى و زواياهما متقايسة مثنى مثنى



الحالة الأولى : يتقايس مثلثان إذا قايس ضلع
و الزاويتان المجاورتان له في أحدهما ضلعا
و الزاويتين المجاورتين له في الثاني

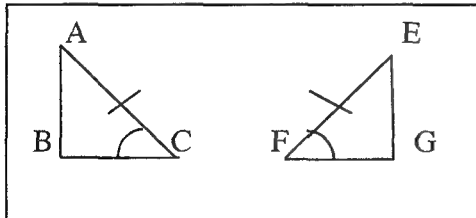


الحالة الثانية: يتقايس مثلثان إذا قايس ضلعان
و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما ضلعين
و الزاوية المحصورة بينهما في الثاني

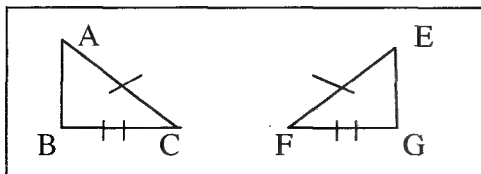


الحالة الثالثة : يتقايس مثلثان إذا قايست الأضلاع
الثلاثة في أحدهما الأضلاع الثلاثة في الثاني

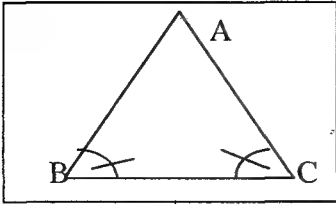
تقايس المثلثات القائمة :



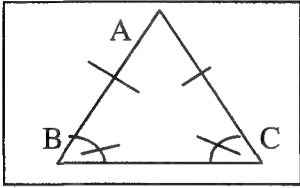
الحالة الأولى : يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر
و زاوية حادة في أحدهما الوتر و زاوية حادة في الثاني



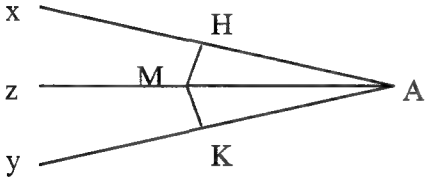
الحالة الثانية: يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس الوتر
و ضلع قائم في أحدهما الوتر و ضلع قائم في الثاني



• زاويتا القاعدة في مثلث متقايس الضلعين متقايسان



• إذا تقايست زاويتان في مثلث فإن هذا المثلث متقايس الضلعين



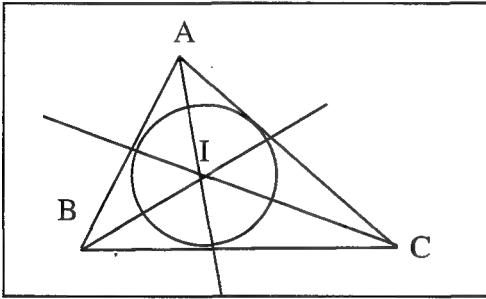
• تبعد كل نقطة من منتصف زاوية نفس البعد عن ضلعي تلك الزاوية

• إذا كانت نقطة متساوية البعد عن ضلعي زاوية فهي تنتمي

إلى منتصف تلك الزاوية

• تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة مشتركة هي

مركز الدائرة المحاطة بالمثلث



التمارين

تمرين عدد 01:

لاحظ الرسم التالي حيث $(BD) \parallel (AC)$ و I منتصف [AB]

(1) بين أن المثلثين AIC و BID متقايسان

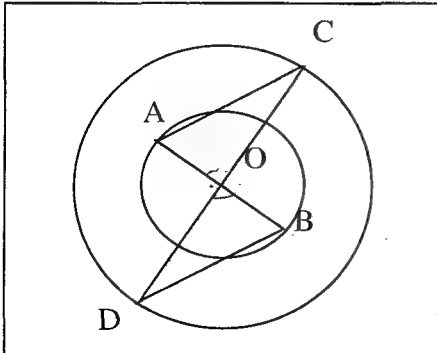
(2) استنتج أن $BD = AC$ و I منتصف [DC]

تمرين عدد 02:

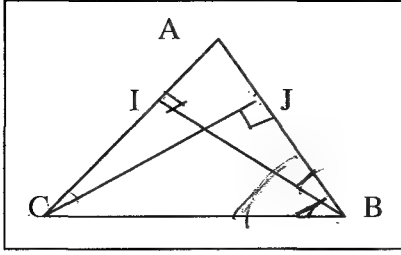
لاحظ الرسم التالي

(1) بين أن المثلثين OAC و OBD متقايسان

(2) استنتج أن $BD = AC$ و $\hat{ACO} = \hat{BDO}$



تمرين عدد 03:



تأمل الرسم التالي حيث $AB = AC$

(1) بين أن المثلثين BJC و BCI متقايسين

(2) استنتج أن $IB = JC$ و $AI = AJ$

تمرين عدد 04:

(1) ارسم دائرة Γ مركزها O وليكن $[AA']$ و $[BB']$ قطران لهذه الدائرة

(2) أ) أثبت تقاييس المثلثين OAB و $OA'B'$

ب) استنتج أن $AB = A'B'$ و $\widehat{OAB} = \widehat{OA'B'}$

(3) منتصف الزاوية \widehat{OAB} يقطع $[OB]$ في I و منتصف الزاوية $\widehat{OA'B'}$ يقطع $[OB']$ في J

أ) قارن المثلثين IAB و $JA'B'$

ب) استنتج أن $IA = JA'$ و $\widehat{AIB} = \widehat{A'JB'}$

تمرين عدد 05:

(1) ليكن ABC مثلثا و I منتصف $[AB]$

ابن المستقيم Δ المار من I و الموازي لـ (BC) و يقطع (AC) في J ثم المستقيم Δ' المار من J و الموازي لـ (AB) و

يقطع (BC) في K

(2) أ) مانوع الرباعي $IJKB$ ؟ استنتج أن $IJ = BC$ و $IB = JK$

ب) أثبت أن $\widehat{IBK} = \widehat{AIJ}$

ج) أثبت أن المثلثين AIJ و IBK متقايسين

(3) أ) بين أن $\widehat{IBK} = \widehat{J\hat{K}C}$ و استنتج أن $\widehat{AIJ} = \widehat{J\hat{K}C}$

ب) بين أن المثلثين AIJ و JKC متقايسين

ج) استنتج أن J منتصف $[AC]$

تمرين عدد 06:

(1) ليكن ABC مثلث حيث $AB = AC$

ابن $[Bx]$ منتصف الزاوية \widehat{ABC} و يقطع $[AC]$ في I ثم ابن $[Cy]$ منتصف الزاوية \widehat{ACB} و يقطع $[AB]$ في J .

$[Bx]$ و $[Cy]$ يتقاطعان في K

(2) أ) بين أن المثلثين AIB و AJC متقايسين

ب) استنتج أن $BI = CJ$

(3) أ) بين أن المثلثين IBC و JCB متقايسين

ب) استنتج أن $IC = JB$ و $\widehat{CJB} = \widehat{BIC}$

(4) أ) قارن المثلثين KIB و KIC

ب) قارن KB و KC ثم استنتج أن (AK) المتوسط العمودي لـ $[BC]$

تمرين عدد 07:

- (1) ارسم زاوية منفرجة $[OX; OY]$ و منصفها $[OZ]$ لتكن Γ دائرة مركزها O هذه الدائرة تقطع $[OX]$ في A وتقطع $[OY]$ في B وتقطع $[OZ]$ في D
- (2) أ) ما نوع المثلث OAD ؟
ب) استنتج أن $\widehat{ODA} = \widehat{OAD}$
- (3) أ) أثبت تقاييس المثلثين OAD و OBD
ب) استنتج أن $AD = BD$ و $\widehat{ODA} = \widehat{OBD}$
- (4) أ) ارسم الارتفاع $[AE]$ الصادر من A في المثلث OAD والارتفاع $[DF]$ الصادر من D في المثلث OBD
ب) بين أن المثلثين ADE و FDB متقايسين
- (5) المستقيم المار من E والموازي لـ (OY) يقطع $[OX]$ في M . بين أن المثلث OME متقايس الضلعين قمته الرئيسية M

تمرين عدد 08:

- (1) ليكن ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A و I منتصف $[BC]$
ابن المستقيم Δ المار من I والعمودي على $[AB]$ في J والمستقيم Δ' المار من I والعمودي على $[AC]$ في K
- (2) أ) بين أن المثلثين IJB و IKC متقايسين
ب) استنتج أن $IJ = IK$ و $\widehat{KIC} = \widehat{JIB}$
- (3) أ) بين أن المثلثين AIJ و AIK متقايسين
ب) استنتج أن $\widehat{AIK} = \widehat{AIJ}$
- (4) ارسم المستقيم العمودي على (AI) في A حيث يقطع (IJ) في M و (IK) في N
أ) بين أن المثلثين AIM و AIN متقايسين
ب) استنتج أن A منتصف $[MN]$

تمرين عدد 09:

- (1) ارسم زاوية حادة $[OX; OY]$ ثم عين نقطة A من $[OX]$ مخالفة لـ O ونقطة B من $[OY]$ بحيث $OA = OB$
ابن المستقيم Δ المار من A والعمودي على $[OY]$ في C والمستقيم Δ' المار من B والعمودي على $[OX]$ في D ، Δ و Δ' يتقاطعان في نقطة I
- (2) أ) أثبت تقاييس المثلثين OAC و OBD
ب) استنتج أن $OC = OD$
- (3) أ) أثبت تقاييس المثلثين OIC و OID
ب) استنتج أن $[OI]$ منصف الزاوية \widehat{XOY}

تمرين عدد 10:

- ليكن ABC مثلث . ارسم المستقيم Δ المار من A والموازي لـ (BC) ثم عين نقطة M من Δ من جهة C حيث $AM = BC$. ارسم المستقيم المار من M والموازي لـ (AC) و يقطع (AB) في N
- (2) أ) بين أن $\widehat{MAN} = \widehat{ABC}$
ب) أثبت أن $\widehat{BCA} = \widehat{CAM} = \widehat{AMN}$
ج) أثبت تقاييس المثلثين ABC و AMN
واستنتج أن $AN = AB$ و $M\widehat{NA} = B\widehat{AC}$
- (3) أ) ابن $[AT]$ منصف الزاوية $B\widehat{AC}$ و يقطع (BC) في I ثم $[AY]$ منصف الزاوية $M\widehat{NA}$ و يقطع (AM) في J
ب) أثبت تقاييس المثلثين AIB و NJA

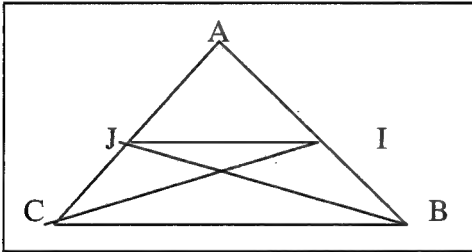
تمرين عدد 11:

نعتبر EFG مثلث حيث $EF = 3\text{cm}$ و $EG = 7\text{cm}$ و $FG = 8\text{cm}$ و لتكن I منتصف $[FG]$ و $[EX]$ منتصف الزاوية $F\hat{E}G$. ارسم المستقيم Δ المار من I و العمودي على $[EX]$. Δ يقطع (EF) في H و (EG) في K و (EX) في J

- (2) أ) أثبت تقايس المثلثين EJK و EJH
- (ب) استنتج أن EHK متقايس الضلعين
- (3) ارسم المستقيم Δ' المار من F و الموازي لـ (EG) . Δ' يقطع (HK) في L
- (أ) أثبت أن $H\hat{K}E = F\hat{L}H$
- (ب) بين أن المثلث HFL متقايس الضلعين
- (4) أ) أثبت أن $K\hat{G}I = I\hat{F}L$
- (ب) أثبت تقايس المثلثين KIG و FIL
- (ج) استنتج أن $GK = FH$

تمرين عدد 12: نعتبر EFG مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

- (1) أ) ارسم الارتفاعين $[FF']$ و $[GG']$ الموافقين للضلعين $[EG]$ و $[EF]$ على التوالي
- (ب) بين أن المثلثين EFF' و EGG' متقايسان
- (ج) استنتج أن $FF' = GG'$
- (د) اثبت أن المثلث $EF'G'$ متقايس الضلعين
- (2) لتكن H المركز القائم للمثلث EFG
- (أ) قارن المثلثين EHG' و EHF'
- (ب) استنتج أن (EH) هو المتوسط العمودي لـ $[F'G']$
- (ج) أثبت أن $(FG) \parallel (F'G')$

**تمرين عدد 13:**

لاحظ الرسم التالي حيث $AB = AC$ و $AI = AJ$

- (1) بين أن المثلثين AIC و AJB متقايسان
- (2) استنتج أن $\hat{A}IC = \hat{A}JB$ و $JB = IC$

تمرين عدد 14:

(1) ارسم دائرتين \mathcal{C} و \mathcal{C}' مركزيهما I و J على التوالي و متقاطعتين في النقطتين A و B

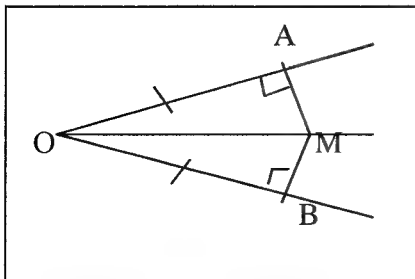
(2) بين أن المثلثين AIJ و BIJ متقايسان

(3) استنتج أن $[IJ]$ منتصف الزاوية $A\hat{I}B$

تمرين عدد 15: لاحظ الرسم التالي حيث $OA = OB$

(1) بين أن المثلثين OAM و OBM متقايسان

(2) استنتج أن $[OM]$ منتصف الزاوية $A\hat{O}B$



تمرين عدد 16:

- (1) ارسم مستقيمين Δ و Δ' متقاطعين في نقطة O ثم عين النقطتين A و B على Δ حيث $OA = OB$ والنقطتين C و D على Δ' حيث $OC = OD$
- (2) أ) أثبت تقايس المثلثين OAC و OBD
 ب) استنتج أن $BD = AC$ و $\widehat{OBD} = \widehat{OCA}$ و $\widehat{ODB} = \widehat{OCA}$
- (3) المستقيم المار من O يقطع [AC] في I و [BD] في J
 أ) أثبت تقايس المثلثين OAI و OBJ
 ب) استنتج أن $OI = OJ$ و $\widehat{OJB} = \widehat{OIA}$

تمرين عدد 17:

نعتبر مثلثا EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

- (1) ابن [FX] منصف الزاوية \widehat{EFG} و [GY] منصف الزاوية \widehat{EGF} حيث يتقاطعان في النقطة O
- (2) بين أن المثلث OFG متقايس الضلعين
- (3) برهن أن النقطتين G و F متناظرتان بالنسبة إلى المستقيم (OE)
- (4) [FX] يقطع [EG] في النقطة A و [GY] يقطع [EF] في النقطة B
 أ) أثبت تقايس المثلثين FAG و FBG
 ب) استنتج أن المثلث BOA متقايس الضلعين

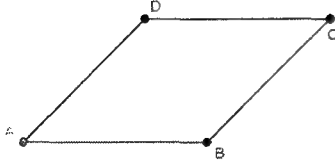
تمرين عدد 18:

- (1) ابن مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث $\widehat{ABC} = 30^\circ$
 أ) احسب \widehat{ACB}
 ب) ابن النقطة D مناصرة النقطة C بالنسبة إلى A
 ج) بين أن المثلث BCD متقايس الأضلاع
- (2) المستقيم المار من A و الموازي لـ (BD) يقطع (BC) في E
 أ) بين أن المثلث ACE متقايس الأضلاع
 ب) استنتج أن المثلث AEB متقايس الضلعين وأن E هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

مراجعة عامة

1- متوازي أضلاع:

- متوازي أضلاع هو رباعي يتوازي فيه كل ضلعين متقابلين
- في متوازي أضلاع لنا :



• القطران يتقاطعان في منتصفهما

• كل زاويتين متتاليتين متكاملتين و كل زاويتين متقابلتين متقايستين

• كل ضلعين متقابلين متقايسين

- رباعي محدب يتقاطع قطراه في منتصفهما هو متوازي أضلاع

- رباعي محدب زواياه المتقابلة متقايسة هو متوازي أضلاع

- رباعي محدب يتقايس فيه كل ضلعين متقابلين هو متوازي أضلاع

- رباعي محدب له ضلعان متوازيان و متقايسان هو متوازي أضلاع

2- المستطيل:

- المستطيل هو رباعي له أربع زوايا قائمة

- المستطيل هو متوازي أضلاع له زاوية قائمة

- في المستطيل القطران متقايسان و يتقاطعان في منتصفهما

- كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما و متقايسان هو مستطيل

3- المعين:

- المعين هو رباعي أضلاعه الأربعة متقايسة

- رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما و متعامدان هو معين

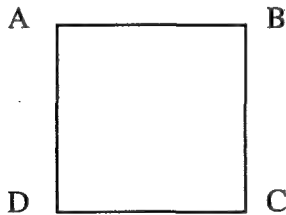
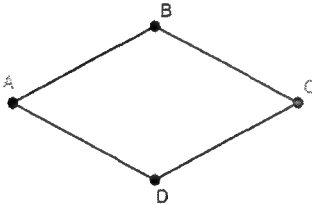
- متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان هو معين

4- المربع:

- المربع هو رباعي أضلاعه متقايسة و زواياه قائمة

- رباعي محدب أضلاعه متقايسة و له زاوية قائمة هو مربع

- مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربع



التمرين

رومدة قيس الطول هي الصنتمتر (

تمرين عدد 01: أجب ب "صواب" أو "خطأ"

(1) كل مربع هو معين .

(2) رباعي أضلاع قطراه متقايسان و يتقاطعان في منتصفهما هو مستطيل.

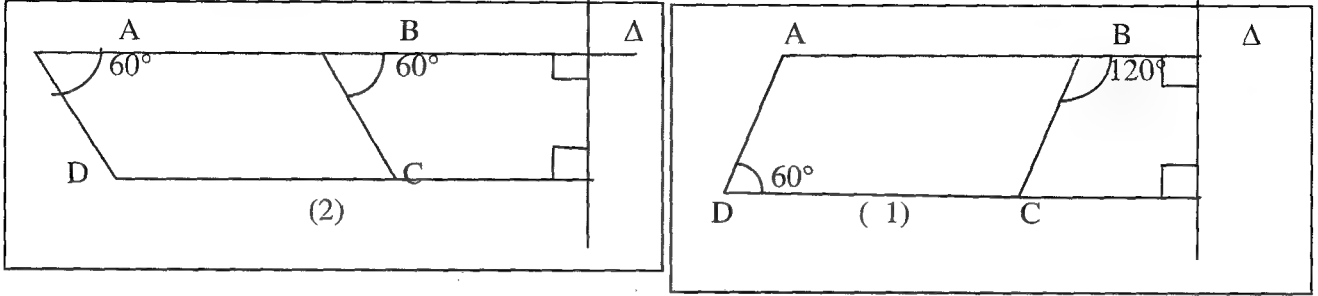
(3) رباعي أضلاع قطراه متعامدان هو معين .

(4) إذا ربطت منتصفات الأضلاع المتتالية لمستطيل أتحصل على مستطيل.

(5) إذا ربطت منتصفات الأضلاع المتتالية لمستطيل أتحصل على معين.

تمرين عدد 02:

لاحظ الرسمين التاليين و حدد في أي حالة من الحالتين (1) و (2) الرباعي ABCD متوازي أضلاع



تمرين عدد 03:

نعتبر مثلثا ABC قائم الزاوية في A و متقايس الضلعين حيث J منتصف [BC].

(1) أ) ابن النقطة D حيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع وعين النقطة I مناظرة D بالنسبة إلى C.
ب) بيّن أن ABIC مستطيل.

(2) عيّن النقطة K منتصف [AD] بيّن أن JC DK متوازي أضلاع.

(3) أ) بيّن أن (AJ) ⊥ (BC).
ب) بيّن أن AJCK مستطيل.

تمرين عدد 04:

نعتبر متوازي أضلاع ABCD حيث I نقطة تقاطع قطريه.

(1) ارسم نقطة M تنتمي لـ [DC] و $MC = \frac{3}{4}DC$

(2) ارسم نقطة N تنتمي لـ [AB] و $BN = \frac{AB}{4}$

(3) أثبت أن ANCM متوازي أضلاع

(4) أثبت أن I منتصف [MN]

تمرين عدد 05: ليكن ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسة B حيث $AB = 4 \text{ cm}$ و لتكن I منتصف [AC]

(1) أ) ابن النقطة D بحيث I منتصف [BD].
ب) بيّن أن الرباعي ABCD معين

(2) ابن النقطة E بحيث يكون الرباعي AIBE متوازي أضلاع.
أ) بيّن أن الرباعي AIBE مستطيل
ب) احسب IE

ج) بيّن أن $EB = IC$

د) استنتج أن ICBE متوازي أضلاع

(3) أ) ابن النقطتين M و N بحيث M مناظرة A بالنسبة إلى B و B منتصف [CN]
ب) بيّن أن ACMN مستطيل.

تمرين عدد 06: نعتبر ABCD متوازي الأضلاع حيث $\hat{ABC} = 60^\circ$

(1) أ) احسب \hat{ADC} و \hat{BAD}

- (ب) ارسم $[AX]$ منصف الزاوية $[AB, AD]$ حيث يقطع (CD) في النقطة E
 - بين أن $\hat{AED} = 30^\circ$
 (ج) استنتج أن $DE = DA$
 (2) (أ) ارسم $[By]$ منصف الزاوية \hat{ABC} حيث يقطع (Ax) في النقطة F
 - بين أن $\hat{AFB} = 90^\circ$.
 (ب) ارسم $[Dz]$ منصف الزاوية \hat{ADC} حيث يقطع (Ax) في النقطة G .
 - بين أن $(Dz) \perp (Ax)$.
 (3) (أ) ارسم $[Ct]$ منصف الزاوية \hat{BCD} حيث يقطع (By) في النقطة H و يقطع (Dz) في النقطة K
 بين أن $(Ct) \parallel (Ax)$
 (ب) بين أن الرباعي $FGHK$ مستطيل

تمرين عدد 07:

- نعتبر (O, I, J) معيناً للمستوى حيث $OI = OJ$ و $(OI) \perp (OJ)$
 (1) (أ) عيّن النقطة $A(2, -3)$ و النقطة $B(2, 3)$.
 (ب) بين أن المستقيم (OI) هو المتوسط العمودي لـ $[AB]$
 (ج) استنتج أن المثلث OAB متقايس الضلعين
 (2) (أ) ارسم النقطة C منازرة A بالنسبة إلى O و حدّد إحداثيتي النقطة C .
 (ب) بين أن النقطتين B و C متناظرتان بالنسبة إلى المحور (OJ) .
 (ج) بين أن المثلث ABC قائم في A
 (3) (أ) عيّن النقطة $E(-2, -3)$ و بين أن O منتصف $[AE]$
 (ب) بين أن الرباعي $ABCE$ هو مستطيل

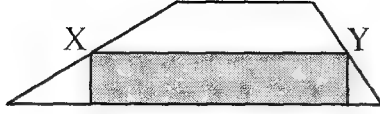
تمرين عدد 08:

- نعتبر (O, A, B) معيناً للمستوى حيث $(OB) \perp (OA)$ و $OA = OB = 1\text{cm}$
 (1) (أ) عيّن النقطة $E(-1, 2)$ و $F(1, 2)$ و $G(0, 4)$
 (ب) بين أن الرباعي $OFGE$ معين
 (2) (أ) احسب OG و FE
 (ب) احسب مساحة المعين $OFGE$

تمرين عدد 09:

- (1) ابن متوازي الأضلاع $ABCD$ بحيث $\hat{BAD} = 60^\circ$; $AB = 4\text{cm}$; $AD = 6\text{cm}$
 (2) (أ) ابن $[Ax]$ منصف الزاوية \hat{BAD} $[Ax]$ يقطع (CD) في نقطة E
 (ب) احسب \hat{DAE} ، \hat{ADE} و \hat{AED}
 (ج) استنتج أن $DE = 6\text{cm}$
 (3) (أ) عين النقطة F من $[AB]$ حيث $AF = 6\text{cm}$.
 (ب) أثبت أن الرباعي $ADEF$ معين.
 (4) $[AE]$ و $[DF]$ يتقاطعان في نقطة O

- (أ) ارسم الدائرة التي مركزها O وقطرها [AE]. (DF) يقطع ج في النقطتين H و K
(ب) بين أن الرباعي AHEK مربع .

تمرين عدد 10

- لاحظ الشكل المقابل حيث قيس المساحة الملونة تساوي 13cm^2
النقطتي X و Y منتصفتي ضلعي الشبه المنحرف
إذن قيس مساحة الشبه المنحرف بـ (cm^2) تساوي:
(أ) 24 ؛ (ب) 25 ؛ (ج) 26 ؛ (د) 27 ؛ (هـ) 28

تمرين عدد 11

- (1) لتكن [BC] قطعة مستقيم حيث I منتصفها عيّن على الوسط العمودي لـ [BC] النقطة A حيث $BC = IA$
(2) (أ) ابن النقطة D حيث ABCD متوازي أضلاع
(ب) بيّن أن $AC = CD$
(3) الموازي لـ (AO) و المار من D حيث يقطع (BC) في M
بيّن أن AIMD مربع .
(4) لتكن النقطة N مناظرة A بالنسبة إلى I
بيّن أن ABNC معين .

تمرين عدد 12

- (أ) أوجد \hat{BAC}
(ب) ارسم النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى المستقيم (AC)
- بيّن أن $(BD) \perp (AC)$
(ج) بيّن أن الرباعي ABCD هو معين
(د) احسب \hat{BAD} و \hat{ABD}
نعتبر متوازي الأضلاع ABCD حيث $AB = 4$ و $AD = 2$ و $\hat{BAD} = 80^\circ$.

تمرين عدد 13

- (1) (أ) جد BC و CD
(ب) أوجد \hat{BCD} و \hat{ABC}
(2) (أ) لتكن E منتصف [AB] و F منتصف [CD]
بيّن أن الرباعي AEFD هو معين
(ب) استنتج أن $(ED) \perp (AF)$
(3) (أ) بيّن أن الرباعي AECF هو متوازي الأضلاع.
(ب) استنتج أن $(AF) \parallel (EC)$
(ج) بيّن أن المثلث EDC قائم الزاوية .

تمرين عدد 14

- (أ) ارسم شبه منحرف EFGH قاعدته [EF] و [GH] و حيث $GH = 4$ و $EH = 2$ و $\hat{FGH} = \hat{GHE} = 40^\circ$
(ب) احسب \hat{EFG} و \hat{FEH}
(2) (أ) ارسم المستقيم المار من E و الموازي للمستقيم (FG) حيث يقطع (GH) في النقطة M بيّن أن $\hat{EMH} = 40^\circ$
(ب) بيّن أن $EM = 2$
(3) (أ) بيّن أن الرباعي EFGM هو متوازي الأضلاع
(ب) أوجد FG
(ج) ما هي طبيعة شبه المنحرف EFGH ؟

تمرين عدد 15: ليكن (O, A, B) معينا للمستوى حيث $(OA) \perp (OB)$ و $OA = OB$

(1) أ) عيّن النقطتين N و M حيث $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ و $N\left(0, \frac{-3}{2}\right)$

احسب OM و ON

(ب) ارسم النقطة K حيث يكون الرباعي $OMKN$ مربعا
حدّد إحداثيتي النقطة K

(2) أ) ارسم النقطة R منازرة M بالنسبة إلى O .

حدّد إحداثيتي النقطة R

(ب) احسب مساحة المثلث MKR

(ج) ارسم النقطة $T\left(\frac{-3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

بيّن أن O هي منتصف $[TK]$

(د) بيّن أن الرباعي $MKRT$ هو متوازي الأضلاع

(هـ) احسب مساحة متوازي الأضلاع $MKRT$.

تمرين عدد 16:

(1) أ) ارسم (O, I, J) معينا للمستوى محوراها متعامدان حيث $OI = OJ$ و عيّن النقطة $A(2, 2)$.

(ب) ارسم النقطة B منازرة النقطة A بالنسبة إلى O .

حدّد زوج إحداثيتي النقطة B .

(2) أ) عيّن النقطة $C(2, -2)$.

بيّن أن النقطة C منازرة للنقطة A بالنسبة إلى محور الفاصلات (OI)

(ب) بيّن أن $(BC) \parallel (OI)$

(ج) بيّن أن $(BC) \perp (AC)$

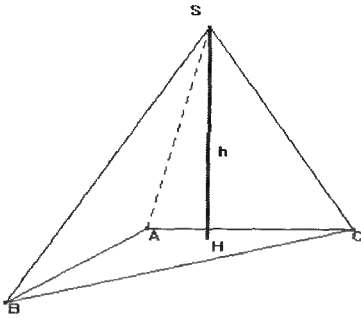
مراجعة عامة

الهرم:

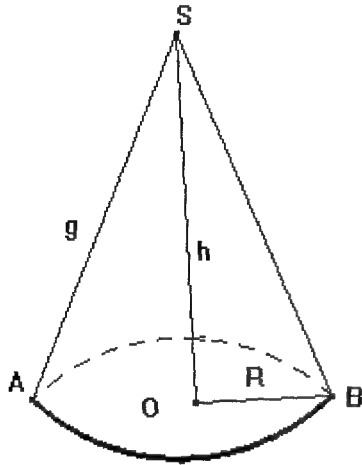
- الهرم هو مجسم أوجهه الجانبية في شكل مثلثات و قاعدته في شكل مضلع

- ارتفاع الهرم h هو البعد بين القمة S و القاعدة B

- حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدته B في ارتفاعه h أي $v = \frac{B \times h}{3}$



هرم ثلاثي



المخروط الدائري القائم :

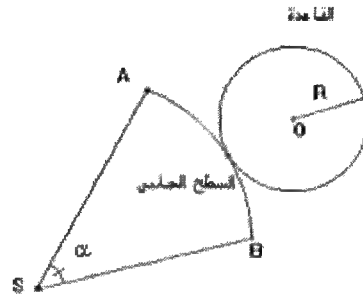
- S قمة المخروط

- R شعاع المخروط

- H ارتفاع المخروط

- g عمد المخروط

النشر :



• ارتفاع المخروط الدائري القائم هو البعد بين قمته و مركز قاعدته $h=SO$

• قيس طول القوس الدائري \widehat{AB} يساوي محيط القاعدة : $\zeta = 2\pi R = \frac{2\pi g \alpha}{360}$

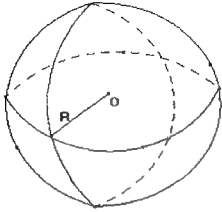
• قيس المساحة الجانبية للمخروط الدوراني يساوي قيس مساحة القطاع الدائري : $A_L = \pi g R = \frac{\pi g^2 \alpha}{360}$

• قيس المساحة الجملية للمخروط الدوراني يساوي مجموع قيس المساحة الجانبية و مساحة القاعدة

$$A_T = \pi gR + \pi R^2 = \pi R(g + R)$$

- V قيس حجم المخروط الدائري القائم : $v = \frac{B \times h}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ مع العلم أن h هو الارتفاع و B القاعدة

الكرة :



- الكرة التي مركزها O و شعاعها R هي مجموع نقاط الفضاء التي يكون بعدها عن O أصغر أو يساوي R

- السطح الكروي لا يقبل النشر

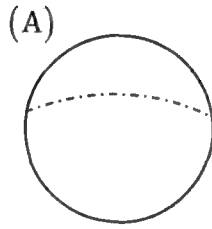
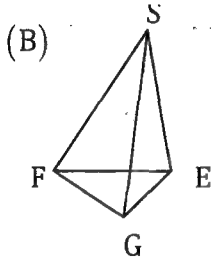
- قيس مساحة سطح الكرة يساوي $S = 4\pi R^2$

- قيس حجم الكرة $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

التمارين

$$\pi \approx 3.14$$

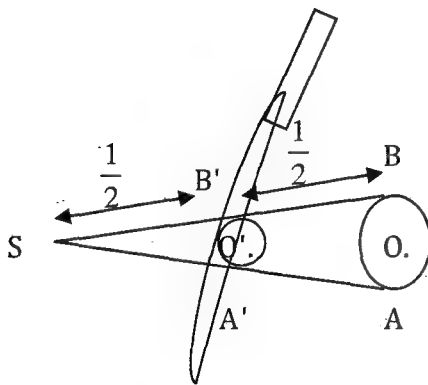
تمرين عدد 01:



المجسم (A) على شكل كرة قطرها 12 cm

- 1- احسب حجم هذه الكرة .
- 2- المجسم (B) على شكل هرم قاعدته مثلث قائم احسب مساحة قاعدة المجسم (B) علما أن حجمه مساوي لحجم الكرة و ارتفاعه 9.42cm
- 3- القاعدة للمجسم (B) على شكل مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EG = 36$ cm احسب EF .

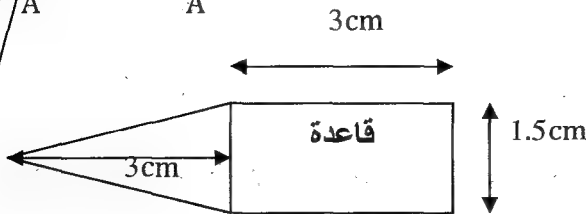
تمرين عدد 02:



مرام و سعيدة يتقاسمان مخروط قائم يقطعانه في منتصف الارتفاع و $AO = 2A'O'$

مرام لها نصيب أكثر من سعيدة. لكن بكم من مرة.

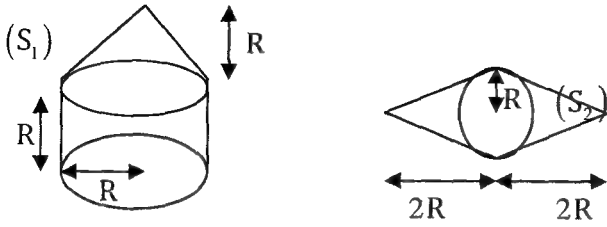
تمرين عدد 03:



الرسم المقابل يمثل نشرًا غير كامل لهرم

- 1- أكمل النشر.
- 2- أبحث عن المساحة الجملية لهذا الهرم.

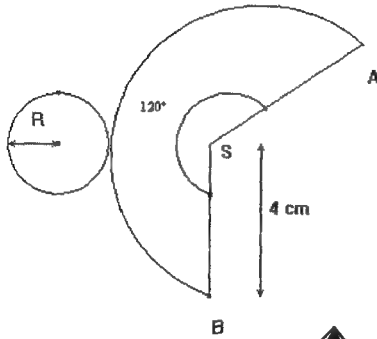
تمرين عدد 04:



أثبت أن المجسمين (S_1) و (S_2) لهما نفس الحجم. ماذا نلاحظ؟

تمرين عدد 05:

يمثل الرسم التالي نشرًا لمخروط دائري طول عمده 4 cm وشعاعه R



1- أبحث عن قياس طول $[AB]$

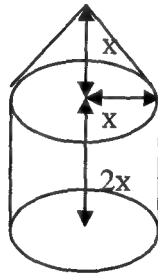
ب- بين أن $R = \frac{4}{3} \text{ cm}$

2- أوجد المساحة الجملية لهذا المخروط

3- علما أن حجم هذا المخروط يساوي $28\pi \text{ cm}^3$ أوجد قياس طول ارتفاعه

تمرين عدد 06:

احسب بدلالة x قياس حجم الجسم المقابل.



تمرين عدد 07:

تم حفر بئر اسطوانية الشكل شعاعها 1m وعمقها 12m.

(1) أ ما هو حجم التراب المستخرج منها؟

(ب) تم نقل هذا التراب في شاحنة مجهزة بصندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 0,5m ؛ 1,2m و 3m. احسب عدد السفرات اللازمة التي تقوم بها الشاحنة لنقل كامل التراب المستخرج من البئر.

(2) أ ارتفع الماء بالبئر 1,7m. أحسب بالتر حجم الماء بالبئر.

(ب) سقطت بالبئر كرة حديدية شعاعها 20 سم فارتفع منسوب الماء به. أحسب الارتفاع الجديد للماء بالبئر.

تمرين عدد 08:

غمسنا سبيكة من الذهب وزن 360 g في إناء ممتلئ ماء فسالته منه كمية من الماء تبلغ 6 cl

أ- احسب حجم قطعة الذهب

ب- استنتج كثافة الذهب

تمرين عدد 09: لدينا إناء حجمه يساوي 400 cm^3 ويزن 500 g ملئ حليبا. ابحث عن كتلة الإناء فارغا مع العلم ان

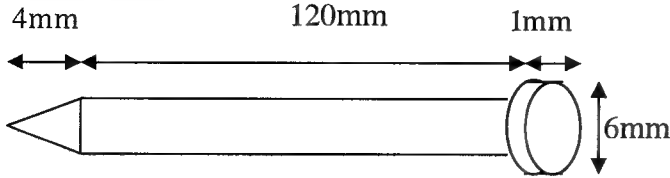
كثافة الزيت تساوي 0.91

تمرين عدد 10: غطت كمية من الثلج سطح منزل مستطيل الشكل بعده 130 dm و 50 dm

أ- احسب حجم الثلج المتجمع فوق سطح المنزل إذا علمت ان سمكه يساوي 1.5 dm

ب- احسب كتلة الثلج الذي يغطي سطح المنزل علما ان كثافة الثلج تساوي 0.93

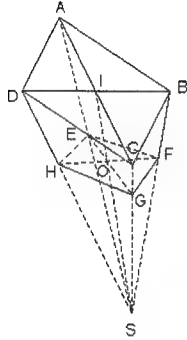
ج- حجم الماء الناتج عن ذوبان هذا الثلج في صهرج شكله كروي يبلغ قطره 6m
حدد النسبة المئوية لامتلاء الصهرج



تمرين عدد 11:

يتكون مسمار من ثلاثة أجزاء كما يوضح الشكل المقابل.

- (1) احسب حجم المادة التي صنع منها المسمار.
- (2) احسب كتلة المسمار إذا علمت أن الكتلة الحجمية للحديد تساوي 7.8



تمرين عدد 12:

(وحدة قياس الطول هي المتر) ABCDEFGH يمثل مسبحا حيث ABCD مربع طول ضلعه 25 و EFGH مربع طول ضلعه 20 ؛ $SO = 20$ و $SI = 25$.
(ارتفاع الهرم SABCD و ارتفاع الهرم SEFGH)
احسب الوقت اللازم لملئ هذا المسبح إذا علمت أن حنفية تصب فيه 20 ل من الماء كل ثانية.



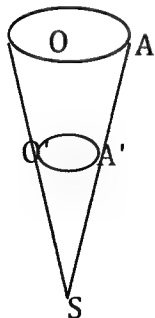
تمرين عدد 13:

تحتوي علبة اسطوانية الشكل على 4 كرات لها نفس الشعاع r كما في الشكل المقابل.
(1) عبر بدلالة r عن ارتفاع الاسطوانة.
(2) عبر بواسطة r عن حجم الفراغ الموجود

تمرين عدد 14:

قبة جامع في شكل نصف كرة شعاعها الداخلي 3 متر وشعاعها الخارجي 3.6 متر.
احسب تكلفة بناء هذه القبة إذا علمت أن تكلفة المتر المكعب الجاهز 300 دينار.

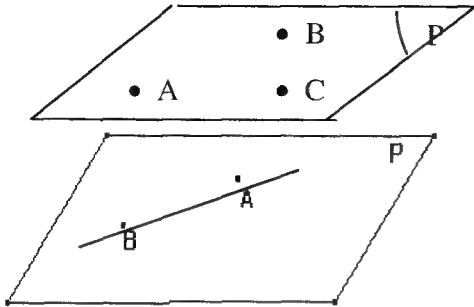
تمرين عدد 15: عصارة على شكل مخروط دائري قمته S وقاعدته دائرة شعاعها 3cm . حجم المخروط



$$\frac{OA'}{OA} = \frac{SO'}{SO} \text{ و } 103.62 \text{ cm}^3$$

- 1- أوجد قياس طول ارتفاع المخروط
- 2- لنأخذ 14.13 cm^3 من العصير إلى أي ارتفاع SO' يصل العصير ؟
مع العلم أن المخروط موضوع على هذه الشاكلة أي النقطة في الأسفل.

مراجعة عامة

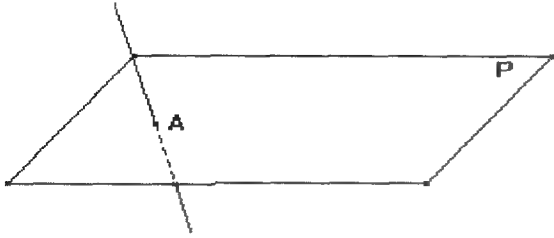


*ثلاث نقاط من الفضاء ليست على إستقامة واحدة تحدد مستوي واحدا .
*نمثل المستوي بمتوازي الأضلاع و نرمز له بـ (ABC) أو بـ (P)

1- مستقيم Δ محتوي في مستوي (P) يعني كل نقطة من Δ تنتمي لـ (P)

-إذا كان لمستقيم نقطتان تنتميان لمستوي فهو محتوي في هذا المستوي

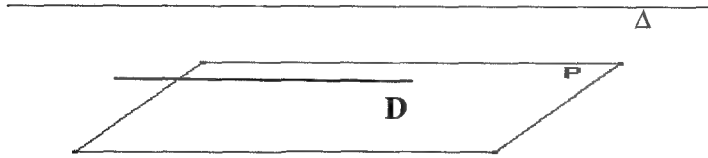
أي : $A \in P$ و $B \in P$ يعني $(AB) \subset P$



2- مستقيمان في نفس المستوي هما متوازيان أو متقاطعان
-مستقيمان غير متوازيان و غير متقاطعان هما ليس في نفس المستوي

3- مستقيم و مستوي متقاطعان يتقاطعان في نقطة

4 - مستقيم Δ يوازي مستوي (P) إذا كان $\Delta \parallel P$

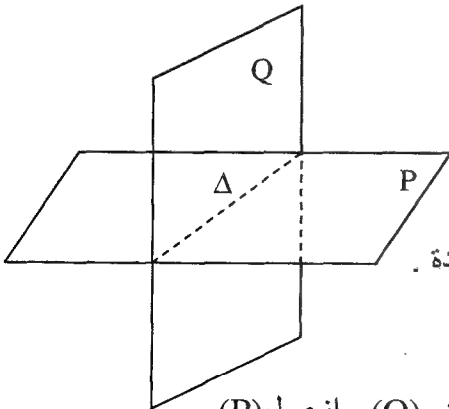


موازي لمستقيم من (P)

$$\Delta \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} D \subset (P) \\ \text{و} \\ \Delta \parallel D \end{cases}$$

5-مستقيمان في الفضاء يوازيان نفس المستقيم هما

6-مستويان متقاطعان يتقاطعان حسب مستقيم



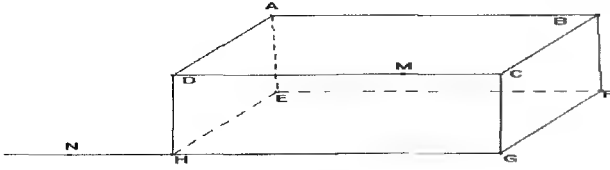
7-إذا كانت ثلاث نقاط مشتركة بين مستويان متقاطعان فهي على إستقامة واحدة .

8- مستويان متوازيان هما مستويان غير متقاطعان.

9 إذا كان $(P) \parallel (Q)$ فإن كل مستقيم من (P) موازي لـ (Q) و كل مستقيم من (Q) موازي لـ (P) .

10- مستويان متوازيان إذا كان : مستقيمان متقاطعان من أحدهما يوازيان مستقيمان متقاطعان من الثاني.

التمارين



تمرين عدد 01:

نعتبر متوازي المستطيلات ABCDEFGH حيث

$$N \in (GH) \text{ و } M \in (CD)$$

1- اذكر عدد الرؤوس , عدد الأحرف , عدد الأوجه

2- اذكر 3 قطع مستقيم ليست أحرف لهذا الجسم

3- هل يوجد مستوي يحتوي النقاط D و B و F

4- أكمل ب $\in, \notin, \subset, \supset$

أ- $(DC) \dots (HGC)$, $(DC) \dots (ABC)$, $(FB) \dots (ABC)$, $B \dots (HGF)$, $B \dots (CFG)$
 ب- $N \dots (HMG)$, $(AM) \dots (ABC)$, $A \dots (DBC)$, $M \dots (ABC)$, $(MN) \dots (HMG)$

تمرين عدد 02:

يمثل الجسم التالي موشورا قائما ABCA'B'C' ليكن P المستوي (ABC')

1- اكمل :

$$(AA') \cap (A'B'C') = \dots\dots\dots$$

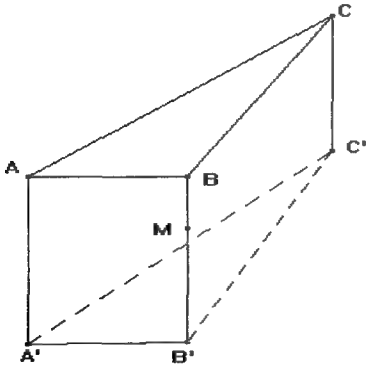
$$(AC') \cap (A'B'C') = \dots\dots\dots$$

$$P \cap (BC) = \dots\dots\dots$$

$$P \cap (BB') = \dots\dots\dots$$

$$P \cap (AM) = \dots\dots\dots$$

$$(AB') \cap (ABC) = \dots\dots\dots$$



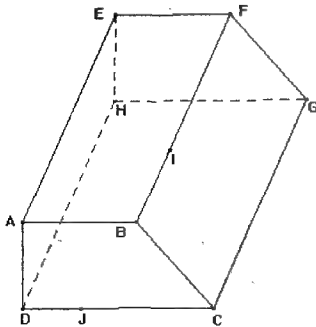
2- حدد E نقطة تقاطع P و (MC) حدد تقاطع P و (AC')

- حدد ثم ارسم النقطة G تقاطع المستوي (A'B'C') و (MA)

تمرين عدد 03: يمثل الشكل المصاحب موشورا قائما

ABCDEFGH قاعدته شبه منحرف حيث $I \in [BF]$ و

$$J \in [DC]$$



1- أكمل ب \subset, \supset ; معللا جوابك

$$(AI) \dots\dots\dots (AEF)$$

$$(AJ) \dots\dots\dots (AEF)$$

$$(DG) \dots\dots\dots (ABC)$$

2- حدد التقاطعات التالية

$$(AJ) \cap (EF) = \dots ; (AC) \cap (AI) = \dots ; (EHG) \cap (BIC) = \dots$$

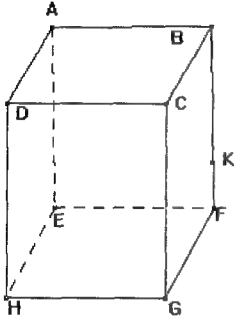
$$(AE) \cap (BCG) = \dots ; (AEF) \cap (BCD) = \dots ; (ABF) \cap (HDC) = \dots$$

3- أ/- بين أن $(AE) \parallel (DHG)$
ب/- استنتج أن (AE) و (DC) غير متوازيان و غير متقاطعان

4- بين أن (FE) و (AI) متقاطعان ثم حدد على الرسم نقطة التقاطع

تمرين عدد 04: نعتبر متوازي المستطيلات ABCDEFGH حيث $K \in [BF]$

1) أكمل ب متوازيان ' متقاطعان ' غير متوازيان و غير متقاطعان



.....(AB) و (FG)

.....(AD) و (FG)

.....(AK) و (FE)

.....(ABC) و (EFG)

.....(ABE) و (HFG)

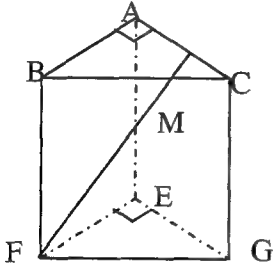
.....(ABC) و (ACK)

(2) أ بين أن $(AC) \parallel (EG)$

ب-استنتج الوضعية النسبية لـ (AC) و (EF)

تمرين عدد 05:

ABCEFG هو موشور قائم قاعدته مثلثان قائمان في كل من A و E . M هي نقطة من $[AE]$
1) حدد الوضعية النسبية لكل من :



أ- (AC) و (BF)

ب- (GC) و (BF)

ج (ABC) و (FM)

(2) حدد التقاطعات التالية :

أ- (ABC) و (FGE)

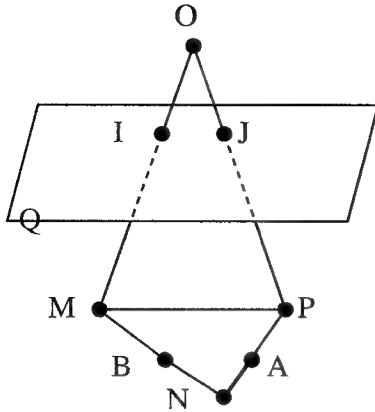
ب- (AGE) و (ABC)

(3) بين أن (AE) يوازي المستوى (BGC)

(4) ارسم النقطة N تقاطع (FM) و (ABC)

(5) أ- ما هو نوع المجسم MEFG ،

ب- احسب حجمه إذا علمت أن $EF=4cm$ و $EG=6cm$ و $EM=9cm$



تمرين عدد 06: لاحظ الشكل التالي حيث OMNP هرم رأسه O

وقاعدته المثلث MNP , $A \in [NP]$ و $B \in [MN]$

(1) أوجد $(OM) \cap (MNP)$, $(OMP) \cap (MNP)$

و $(OAB) \cap (MNP)$

(2) ليكن Q مستويا موازيا للمستوي (MNP) حيث يقطع

(OP) و (OM) في J و I على التوالي

أ- بين أن $(IJ) \parallel (MN)$

ب- استنتج أن $(IJ) \parallel (MNP)$

(3) ارسم K نقطة تقاطع (IB) و المستوي (ONP)

تمرين عدد 07: نعتبر صندوقا من مادة النحاس مكونا من مكعب ABCDEFGH و غطاء على شكل هرم SABCD

حيث $M \in [BC]$ و $N \in [AB]$

(1) اتمم ب \in , \subset , \notin , \varsubsetneq

$(AG) \dots\dots\dots (EAG)$; $(AE) \dots (ADC)$; $S \dots (ABC)$

$M \dots\dots\dots (ADC)$

(2) أوجد : $(SAC) \cap (ECG)$; $(AB) \cap (EHG)$; $(SA) \cap (ABC)$

(3) ما هي الوضعية النسبية ل (AM) و (DM) ؟

(4) بين أن $(AC) \parallel (EG)$

(5) ما هي الوضعية النسبية ل (AB) و (EHG) ؟. علل جوابك .

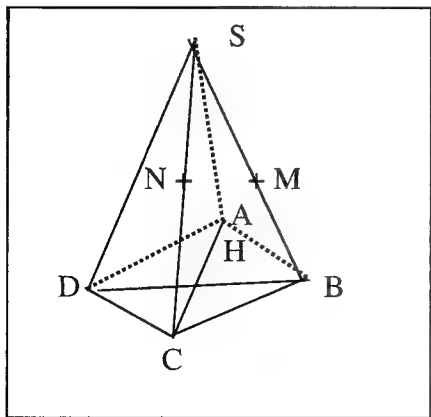
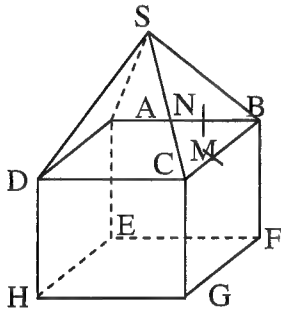
(6) (MN) و (DB) يتقاطعان في I

أ- بين أن (FNM) و (FBD) متقاطعان

ب- أوجد $(FMN) \cap (FBD)$

(7) أ- احسب حجم الصندوق إذا علمت أن قيس حرف المكعب 2dm و ان ارتفاع الهرم 25cm

ب) ابحث عن وزنه إذا علمت أن $10m^3$ من النحاس يزن 8.8kg



تمرين عدد 08: نعتبر الهرم SABCD التالي : حيث ABCD مربع

$M \in [SB]$ و $N \in [SC]$

(1) أنقل على كراسك ثم أكمل بـ : \in , \notin

$S \dots (ABD)$; $C \dots (ABD)$; $H \dots (SAC)$

$H \dots (SBC)$; $N \dots (SDC)$; $M \dots (SAD)$

(2) أكمل ب \subset أو \varsubsetneq :

$(SD) \dots (SCB)$; $(AC) \dots (ACD)$; $(NC) \dots (SDC)$

$(MH) \dots (SBD)$; $(SH) \dots (SAC)$; $(MN) \dots (SAB)$

(3) بين أن (MN) محتو في (SBC)

(4) بين أن (SH) محتو في (SBD)

(5) بين أن (NH) غير محتو في (SBC)

تمرين عدد 09:

نعتبر الرسم المقابل حيث $M \in [AB]$; $N \in [AC]$; $P \in [BF]$

$$\widehat{AMN} = \widehat{ABC} \text{ و}$$

(1) أ- أثبت أن $(BC) \parallel (MN)$

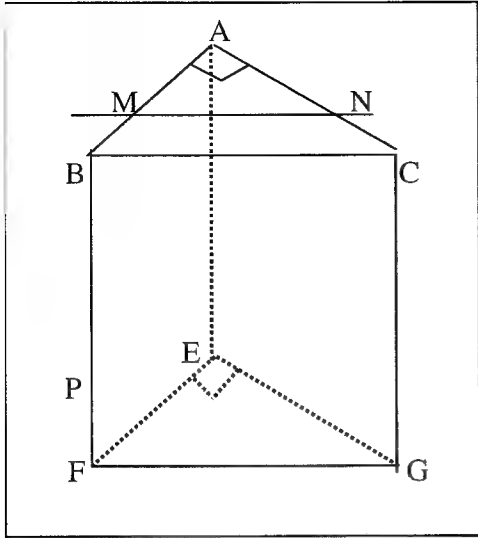
ب- استنتج أن $(MN) \parallel (BFG)$

(2) ما هي الوضعيات النسبية لـ (BC) و (AE) ؟ ولـ (EF) و (NP) ؟

و لـ (FG) و (MP) ؟

(3) بين أن (FG) و (MNP) متوازيان

(4) بين أن (MP) و (EFG) متقاطعا.



تمرين عدد 10:

يمثل الرسم المقابل هرم $SABCD$ قاعدته المربع $ABCD$ و $M \in [CS]$

و $N \in [SB]$ و $P \in [AS]$ حيث $(MP) \parallel (AC)$ و $SN > SM$

(1) بين أن $(PM) \subset (SAC)$

(2) أ- ما هي الوضعية النسبية لـ (BC) و (MN) ؟

ب- بين أن (MN) و (ABC) متقاطعان و ارسم I تقاطعها

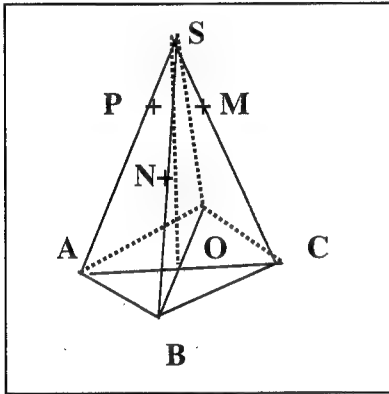
ج- بين أن (PN) و (ABC) متقاطعان و ارسم J تقاطعها

د- أكمل: $(ABC) \cap (PMN) = \dots\dots$

(3) لتكن O مركز المربع $ABCD$

أ- بين أن $(SO) = (SBD) \cap (SAC)$

ب- (PM) يقطع (SBD) في K . بين أن S و O و K على استقامة واحدة.



تمرين عدد 11:

يمثل الرسم التالي مكعبا $ABCDHGFE$ قيس طول حرفه 4cm و 1cm $EK = MD = NC = PF =$

(1) أ- ما هي طبيعة كل من الرباعيين $ABNM$ و $EFPK$ ؟ علل جوابك

ب- بين أن $(MN) \parallel (KP)$ و استنتج طبيعة الرباعي $MNPK$

(2) أ- ما هي طبيعة كل من الرباعيين $MDHK$ و $NCGP$ ؟ احسب مساحة كل منهما

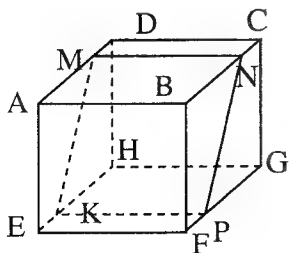
ب- بين أن (NP) و (DCG) متقاطعان و ارسم I تقاطعها

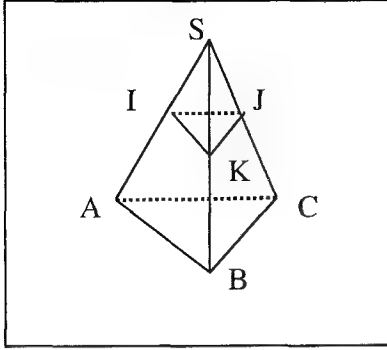
ج- بين أن (MK) و (DCG) متقاطعان و ارسم J تقاطعها.

(3) أوجد $(MNP) \cap (DCG)$

(4) أ- بين أن $(MN) \parallel (DCG)$

ب- استنتج أن $(MN) \parallel (IJ)$





تمرين عدد 12: يمثل الرسم المقابل الهرم SABCD أوجهه مثلثات متقايسة الأضلاع و I منتصف [SA] و J منتصف [SC] و K ∈ [SB] بحيث (IK) لا يوازي (AB) و (JK) لا يوازي (BC)

1) بين أن المثلث SIJ متقايس الأضلاع

ب- احسب \widehat{SIJ} واستنتج أن $(IJ) \parallel (AC)$

ج- بين أن $(IJ) \parallel (ABC)$

2) $(AB) \cap (IK) = \{M\}$ و $(BC) \cap (JK) = \{N\}$

أ- بين أن $(ABC) \cap (IJK) = (MN)$

ب- بين أن $(IJ) \parallel (MN)$

ج- بين أن (SB) و (MN) ليسا في نفس المستوى

تمرين عدد 13:

نعتبر الهرم ABCD حيث $N \in [AC]$ و $P \in [AD]$ و $M \in [AB]$ كما

يبين الرسم التالي

1) أ- ارسم النقطة I تقاطع (NM) و (BDC).

- بين أن $(MN) \cap (BDC) = \{I\}$.

ب) ارسم النقطة J تقاطع (NP) و (BDC)

- بين أن $(PN) \cap (DC) = \{J\}$

ج) ارسم النقطة K تقاطع (PM)

- بين أن $(PM) \cap (DB) = \{K\}$

2) استنتج أن I و J و K على استقامة واحدة.

تمرين عدد 14: SABC هرم حيث Q مستوي موازي

للمستوي (ABC)

Q يقطع (SC) في K و (SA) في L و (SB) في M

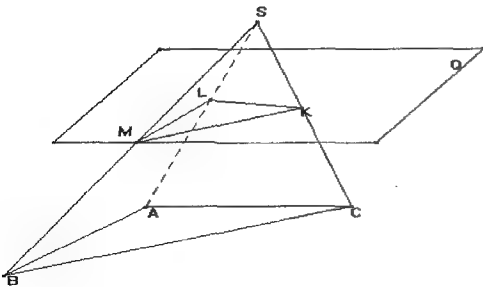
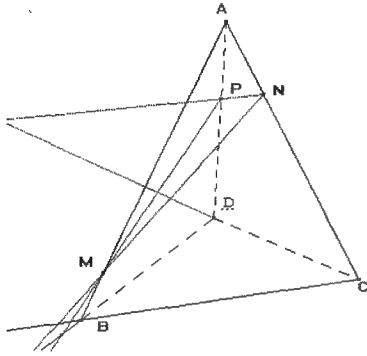
$Q \cap (SCB) = \dots\dots\dots$

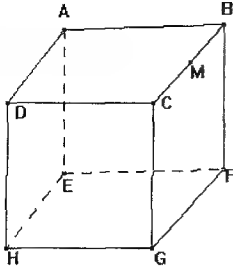
1) أ- أوجد $Q \cap (SAB) = \dots\dots\dots$

$Q \cap (SCA) = \dots\dots\dots$

ب- بين أن $(MK) \parallel (ABC)$

ج- استنتج أن: $(MK) \parallel (BC)$ و $(LK) \parallel (AC)$ و $(ML) \parallel (AB)$



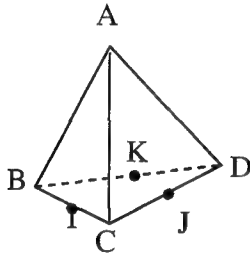


تمرين عدد 15: يمثل الشكل المصاحب مكعب $ABCDEFGH$ حيث $M \in [BC]$

- (1) هل أن النقاط A و M و G تحدد مستوى
- (2) أ) بين أن (AMG) و (EFG) متقاطعان وفق مستقيم Δ . علل جوابك
- ب- ارسم المستقيم Δ ثم عين النقطة N تقاطع Δ و (EH)
- ج- بين أن $(AM) \parallel (AN)$
- (3) أ- بين أن $(AEH) \cap (AMG) = (AN)$
- ب- استنتج أن $(AN) \parallel (MG)$

ج- استنتج أن $AMGN$ متوازي الأضلاع

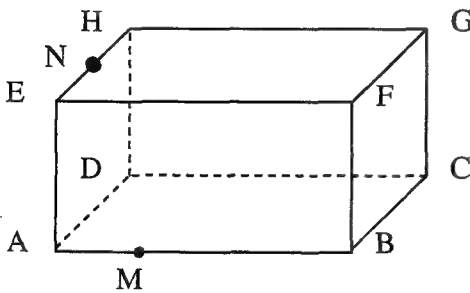
تمرين عدد 16: نعتبر الهرم الثلاثي المنتظم المقابل $ABCD$ (كل وجه من أوجهه مثلث متقايس الأضلاع) ولتكن I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DC]$ و K منتصف $[BD]$



- (1) أكمل بـ: \in أو \notin ، \subset أو $\not\subset$
- (2) إذا علمت أن $AB = 3$
- أ) أرسم بالأبعاد الحقيقية الوجه BCD وعين النقاط I و J و K
- ب) بين أن قيس مساحة المثلث IJK مساو لربع قيس مساحة BCD
- ج) استنتج أن حجم الهرم $AIJK$ مساو لربع قيس مساحة الهرم $ABCD$
- (3) (BJ) يقطع (DI) في النقطة O .
- أ) ماذا تمثل النقطة O بالنسبة للمثلث BCD ؟
- ب) بين أن المستويات (ADI) و (ABJ) متقاطعان وأوجد تقاطعهما
- (4) بين أن (AO) و (BD) ليسا في نفس المستوى.

تمرين عدد 17:

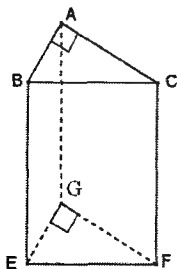
الشكل التالي يمثل رسما منظورا لمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ حيث M نقطة من $[AB]$ و N نقطة $[EH]$



- 1- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AE) والمستوى (ABC) ؟ علل جوابك
- 1- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (HG) والمستوى (EFB) ؟ علل جوابك
- 2- ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (AD) و (MN) ؟ علل جوابك
- 3- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (ABC) و (BCG) ؟ علل جوابك
- 4- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (AEN) و (BFC) ؟ علل جوابك
- 5- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (MN) والمستوي (FGC)
- 6- إذا علمت أن $AE = 1,6cm$ و $BC = 2,5cm$ و $AB = 4,5cm$

احسب حجم $ABCDEFGH$

تمرين عدد 18: نعتبر الموشور القائم التالي $ABCEFG$ حيث ABC مثلث قائم في A



- 1- بين أن $(EFG) \parallel (AC)$
- 2- بين أن $(EFG) \parallel (ABC)$
- 3- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (ACG) و (BFE)
- 4- ما هي الوضعية النسبية للمقيسين (AC) و (EF)
- 5- إذا علمت أن $EG = 2,5cm$ و $FG = 3cm$ و $CG = 5cm$ احسب حجم $ABCEFG$

فرض مراقبة عدد 1

مثال عدد 1

تمرين عدد 01 :

(1) أجب بـ صواب أو خطأ

أ- كل قواسم 25 هي قواسم لـ 5

ب- كل مضاعفات 4 هي مضاعفات لـ 8

ج- إذا كان $OA=OB$ فإن A و B منازرتان بالنسبة إلى O د- O منتصف $[AB]$ يعني A و B متناظرتان بالنسبة لـ O

تمرين عدد 02 :

نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين X و Y حيث $X = 2^{64} + 2^{61}$ و $Y = 2^{63} + 2^{61}$ أ- بين أن X هو عدد قابل للقسمة على 9ب- بين أن Y هو عدد قابل للقسمة على 5ج- بين أن $X+Y$ هو عدد قابل للقسمة على 7

تمرين عدد 03 :

نعتبر المجموعات التالية

$$G = \left\{ 0 ; -1 ; -\frac{15}{3} ; 4 \right\} ; F = \left\{ 0 ; -4 ; 1 ; -5 ; -\frac{15}{5} \right\} ; \left\{ 0 ; -3 ; \frac{15}{2} ; -\frac{12}{3} ; 1 \right\}$$

جد المجموعات التالية:

$$Z \cap E ; F \cap G ; E \cap F ; E \cup G ; E \cup F ; E \cap Z ; Z \cup F ; G \cap Z ; N \cap F$$

تمرين عدد 04 :

(1) أ- ابن مثلث EFG حيث $EG=5cm$ و $\hat{FEG}=60^\circ$ و $\hat{EGF}=45^\circ$ ب- عين النقطة I منتصف $[EF]$ ثم ابن النقطة G' منازرة G بالنسبة إلى I ج- بين أن $FG'=5cm$ (2) أ- عين النقطة J منتصف $[FG]$ ثم ابن النقطة E' منازرة E بالنسبة إلى J ب- بين أن $FE' = FG'$ 3- أثبت أن النقطتين E' و G' متناظرتان بالنسبة إلى F 4- ما هي منازرة الزاوية \hat{FGE} بالنسبة إلى I . استنتج قيسها

مثال عدد 2

فرض مراقبة عدد 1

تمرين عدد 01:

ضع العلامة (x) في الأماكن المناسبة من الجدول

العدد	916	5175	7300	9072
قابل القسمة على 4				
قابل القسمة على 8				
قابل القسمة على 9				
قابل القسمة على 25				

تمرين عدد 02:

نعتبر العدد الصحيح الطبيعي b حيث $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$.أ- بين أن العدد b قابل للقسمة على 25 دون حساب العددب- حدد خارج القسمة الاقليدية للعدد b على 25 دون إجراء عملية القسمة.ج- ما هو خارج وباقي القسمة الاقليدية للعدد $b+1$ على 9.

تمرين عدد 03: نعتبر المجموعات التالية :

$$A = \left\{ 0; -\frac{13}{4}; -9; 1, 8; \frac{9}{5}; 5 \right\} \quad B = \{ 0; -7; -3; 1, 8; 5; 19 \} \quad C = \left\{ 0; -8; \frac{9}{5}; \frac{5}{3}; \frac{17}{8}; -5, 9 \right\}$$

أ- أتم الفراغات ب : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$$\frac{7}{5} \dots\dots C ; -\frac{13}{4} \dots\dots A ; C \dots\dots Q ; B \dots\dots N ; A \dots\dots ID ; C \dots\dots Z$$

ب - حدد المجموعات التالية :

$$B \cap N ; A \cap Z ; A \cup B ; A \cap C ; C \cap Q +$$

تمرين عدد 04: ليكن ABC مثلث قائم الزاوية في A . ولتكن النقطة I منتصف $[BC]$ (1) أ- ابن النقطة D منازرة A بالنسبة إلى I .ب- ما هي منازرة B بالنسبة إلى I .ج- أثبت أن $AB=CD$ د- ما هي منازرة الزاوية \widehat{BAC} بالنسبة إلى I استنتج قيس الزاوية \widehat{BDC} 2- ما هي طبيعة الرباعي $ABDC$ 3- أ- ابن النقطتين B' و C' منازرتي النقطتين B و C بالتوالي بالنسبة إلى A ب- ما هي منازرة الدائرة التي مركزها C وشعاعها AC بالنسبة إلى A 4- ما هي طبيعة الرباعي $BCB'C'$

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 2

تمرين عدد 01:

أجب بـ صواب أو خطأ

ا- إذا كان $x \in \mathbb{Q}_+$ فإن $|x| = -x$

ب- مجموع عددين كسريين نسبيين متقابلين يساوي 1

ج- التناظر المركزي يحافظ على المنتصف

د- كل زاويتين متبادلتين داخليا مقيستان.

تمرين عدد 02:

أ- أزل الأقواس ثم اختصر العبارات التالية حيث $x \in \mathbb{Q}$

$$A = \left(\frac{4}{3} - x\right) - \left(x + \frac{1}{4}\right) + \left(x - \frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right); B = \left(-\frac{1}{3} + x\right) - \left(x - \frac{5}{9}\right) + (x - 1); C = -(x - 2) + \left(\frac{6}{5} - x\right) - (-3x + 3)$$

ب- احسب $A+B$ و $B-C$ تمرين عدد 03: ليكن $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$ و العبارة A حيث $A = \frac{1}{4}x - 2xy + \frac{1}{2}y - 1$

احسب A في كل حالة من الحالات التالية.

أ) $x = -2$ و $y = -1$ ب) $x = 0$ و $y = -\frac{2}{3}$ ج) $x = \frac{5}{2}$ و $y = -\frac{1}{2}$ د) $x = -\frac{7}{3}$ و $y = -\frac{3}{4}$

تمرين عدد 04:

1- ارسم مثلثا EFG قائما في E حيث $\widehat{EFG} = 40^\circ$ و $FG = 5cm$ ب- احسب \widehat{EGF} 2- أ- عين النقطة A على $[FG]$ حيث $GA = 2cm$ وارسم النقطة I المستقط العمودي لـ A على (EG) ب- بين أن $(AI) \parallel (EF)$ ج- أثبت أن $\widehat{IAG} = 40^\circ$

3- ابن النقطة B منظره G بالنسبة إلى I والنقطة D منظره A بالنسبة إلى I

ب- بين أن $(BD) \parallel (GA)$ ج- استنتج أن $\widehat{DBI} = 50^\circ$

تمرين عدد 01:

ضع العلامة (x) في الخانة المناسبة .

أ- إذا كان $a \in \mathbb{Q}_-$ فإن $|a| = a$ ☐ ، $|a| = -a$ ☐ ، $|a| = -(-a)$ ☐

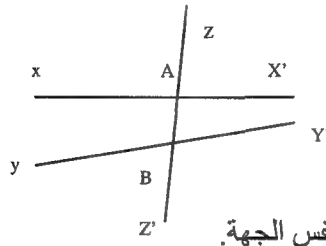
ب-مقابل العدد الكسري $x - y$ هو

$-x + y$ ☐ ، $x + y$ ☐ ، $-y + x$ ☐

ج- نقول إن A و B متناظرتان بالنسبة إلى O إذا كان

O منتصف [AB] ☐ ، $OA = OB$ ☐ ، O و A و B على استقامة واحدة

د- في الشكل المقابل



الزاويتين $\hat{X}Az'$ و $\hat{z}By'$ هما:

☐ متماثلتان ☐ متبادلتان داخليا ☐ داخليتان من نفس الجهة

تمرين عدد 02:

جد ا لعدد الكسري النسبي X في كل حالة من الحالات التالية أن أمكن ذلك :

$$\frac{4}{3} + \left(-\frac{3}{2} - x\right) = 0 \quad , \quad \left|x - \frac{3}{5}\right| = 0 \quad , \quad \left|x\right| - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad , \quad \left|x\right| = -3 \quad , \quad \left|x\right| = \frac{3}{2}$$

تمرين عدد 03:

ليكن $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$ حيث $x \geq y$

قارن في كل حالة :

(أ) $y + \frac{5}{7}$ و $x + \frac{5}{7}$

(ب) $x - \frac{7}{9}$ و $y - \frac{7}{9}$

(ج) $x + \frac{10}{7}$ و $y + \frac{5}{8}$

(د) $x - \frac{3}{11}$ و $y - \frac{9}{4}$

تمرين عدد 04:

(1) أ- ارسم معيناً (O, I, J) في المستوى حيث $OI = OJ = 1\text{cm}$

ب عين نقطتين $A(2;3)$ و $B(-3;4)$

ب - ابحث عن إحداثيات كل من النقطتين D و C

(2) أ- ابحث عن إحداثيات كل من النقطتين A' و B' مناظرتي النقطتين A و B بالتوالي بالنسبة للمحور (OI)

ب - ابحث عن إحداثيات كل من النقطتين D و C مناظرتي النقطتين A و B بالتوالي بالنسبة للمحور (OJ)

ج- ابحث عن إحداثيات كل من النقطتين E و F مناظرتي النقطتين A و B بالتوالي بالنسبة للنقطة O

د- أثبت أن $EF = AB$

3- أ- عين النقطة H منتصف [AB] ثم ابحث عن إحداثياتها .

ب- أثبت أن مناظرة النقطة H بالنسبة إلى O هي منتصف [EF] ثم ابحث عن إحداثياتها

4- ما هي طبيعة الرباعي ABEF

فرض تألفى عدد 01

مثال

تمرين عدد 1: ضع العلامة (x) في الخانة المناسبة :

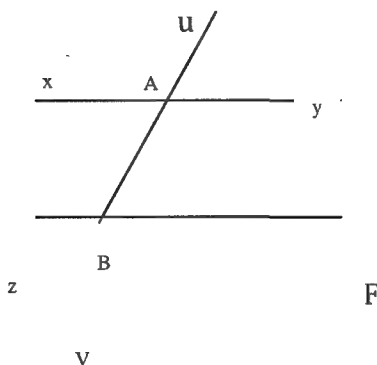
أ- إذا كان a و b و c أعداد كسرية نسبية فإن $a-(b-c)$ يساوي :

$$a-b-c \quad \square ; (a-b)-c \quad \square ; a+c-b \quad \square$$

أ- إذا كان $x \in \mathbb{Q}_-$ و $y \in \mathbb{Q}_-$ و $z \in \mathbb{Q}_-$ فإن :

$$xyz \in \mathbb{Z}_- \quad \square \quad xyz \in \mathbb{Q}_+ \quad \square \quad xyz \in \mathbb{Q}_- \quad \square$$

ج- الزاويتان الداخليتان من نفس الجهة المحددتان بمتقسيم قاطع لمستقيمين متوازيين تكونان:

 \square متقايسان ، \square متتامتان ، \square متكاملتان .
د- لاحظ الرسم التالي حيث $(xy) \parallel (zF)$ 

$$\hat{YAV} = \hat{ZBU} \quad \square ; \quad \hat{ZBU} + \hat{XAV} = 180^\circ \quad \square ; \quad \hat{ZBU} = \hat{UAY} \quad \square$$

تمرين عدد 2 : احسب العبارات التالية :

$$B = \left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{7}{2} - \frac{5}{6} \times \left(-\frac{9}{2}\right) , \quad A = \left(-\frac{1}{7}\right) \times \frac{3}{5} \times (-7) + \left(-\frac{17}{21}\right) \times \frac{3}{17} + \frac{1}{4} \times (-3) \times 4$$

$$D = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} , \quad C = \frac{\frac{4}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{2}{-9}} - \frac{1}{2}$$

تمرين عدد 3 : أوجد العدد الكسري النسبي x في كل حالة من الحالات التالية :

$$\frac{3}{4}x - 2 = -\frac{1}{2} ; \frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} + x\right) = -1 ; -\frac{3}{2}\left(x + \frac{2}{9}\right) = -\frac{4}{3} ; \frac{5}{2}x = -\frac{1}{7}$$

تمرين عدد 04 :

1- أ- ارسم مثلثا EFG متقايس الضلعين قمته الرئيسية E و حيث $\hat{EFG} = 64^\circ$

ب- أحسب \hat{FEG}

2- أ- عين النقطة I منتصف $[EF]$

ثم ابن النقطة A مناظرة G بالنسبة إلى I

ب- بين أن المستقيمين (EA) و (FG) متناظران بالنسبة إلى I

ج- أثبت أن $\hat{FEA} = 64^\circ$

3- أ- أثبت أن الزاويتين \hat{FEG} و \hat{EFA} متناظرتان بالنسبة إلى I

ب- استنتج أن $\hat{EFA} = 52^\circ$. ج- بين أن $(EG) \parallel (FA)$

مثال عدد 2

فرض تألفي عدد 01

تمرين عدد 01 :

(1) أجب بـ " صواب " أو " خطأ "

أ- إذا كان $x \in \mathbb{Q}^*$ و $y \in \mathbb{Q}^*$ فان مقلوب العدد الكسري $\frac{xy}{y+x}$ هو $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

ب- يكون جذاء عدة أعداد كسرية نسبية موجبا اذا كان عدد عوامله السالبة فرديا

ج- مركز كل دائرة هو مركز التناظر الوحيد لهذه الدائرة

د- يكون مستقيمان متوازيين اذا حدد مع مستقيم قاطع لهما زاويتين متماثلتين متقايسيتين (2) كم من مربع يمكن تلوينه بالأسود على الأقل حتى يصبح لهذا الشكل محور تناظر:

تمرين عدد 02 :

ليكن x و y عددين كسرين حيث $x+y = -\frac{19}{20}$ و $xy = \frac{3}{5}$

احسب في كل حالة :

أ) $x(-y)$; ب) $(-2x)(3y)$; ج) $x+xy+y$; د) $-3x-3y$

تمرين عدد 03 : ليكن a و b عددين كسريين مخالفين للصفر حيث $a \neq b$

ولتكن العبارتين $X = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ و $Y = \frac{ab}{a+b}$

أ- بين أن $XY=1$

ب- استنتج أن العبارة X مقلوب العبارة Y

ج- احسب العبارة Y في كل الحالتين:

* $a = -\frac{3}{2}$ و $b = -2$

* $a = \frac{1}{2}$ و $b = -3$

تمرين عدد 04 :

1- أ- ارسم مثلث ABC حيث $\hat{BAC} = 80^\circ$ و $\hat{ABC} = 50^\circ$

ب- احسب \hat{ACB}

ج- ما هي طبيعة المثلث ABC

2- أ- عين النقطة E على $[AB]$ ثم ابن المستقيم Δ المار من E والعمودي على (BC) حيث يقطع $[BC]$ في

النقطة I و يقطع المستقيم (AC) في النقطة F

ب- أثبت أن $\hat{FEA} = 40^\circ$

ج- أثبت أن المثلث FEA متقايس الضلعين

3- أ- ابن النقطة G مناظرة النقطة E بالنسبة إلى I

ب- بين أن (BC) هو المتوسط العمودي للقطعة $[EG]$

ج- بين أن $\hat{EGB} = 40^\circ$

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 3

تمرين عدد 01 :

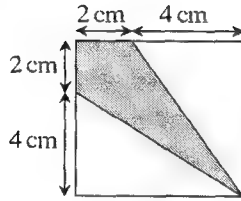
(1) أجب بـ " صواب " أو " خطأ "

أ- إذا كان a عدد كسري نسبي مخالف للصفر فإن مقلوب العدد a^5 هو a^{-5} ب- الجذر التربيعي للعدد $\frac{147}{75}$ يساوي $\frac{7}{5}$

ج- يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلعان و زاوية في أحدهما مع ضلعين و زاوية في الثاني

د- يتقايس مثلثان إذا قايس زاويتان وضلع في أحدهما زاويتين وضلع في الثاني

(2) لاحظ الشكل المقابل:



العدد الكسري الذي يمثل المساحة الملونة هو:

(أ) $\frac{1}{3}$ ؛ (ب) $\frac{1}{4}$ ؛ (ج) $\frac{1}{5}$ ؛ (د) $\frac{3}{8}$ ؛ (هـ) $\frac{2}{9}$

تمرين عدد 02 :

اختصر العبارات التالية حيث $a \in \mathbb{Q}^*$ و $b \in \mathbb{Q}^*$

$$A = \frac{a^{-2}b^{-3}(-3a^2b)^3}{b^5(9a^{-2}b^3)^{-2}} ; B = \frac{(-5ab^3)^2 \times a^{-5} \times b^{-7}}{(25a^3b)^{-1}} ; C = \frac{a^7b^2(a^3b)^{-2}}{(-a)^5 \times [(-a)^{-2}b^{-3}]^{-1} \times b^3}$$

تمرين عدد 03 : احسب الجذور التربيعية التالية:

$$\sqrt{\frac{19^0}{10^{12}}}, \sqrt{\frac{1}{3^4}}, \sqrt{1^{81}}, \sqrt{5^8}, \sqrt{0.64}, \sqrt{\frac{49}{169}}$$

تمرين عدد 04 :

1- نعتبر متوازي الأضلاع ABCD

عين النقطة E من [AB] مختلفة عن A و B ثم عين النقطة F من [CD] حيث AE=CF

2- أ- بين أن المثلثين BCF و DAE متقايسان.

ب- اذكر بقية العناصر الأخرى المتقايسة

ج- استنتج أن $\widehat{EDC} = \widehat{ABF}$

3- أ- قارن المثلثين DEC و BFA

ب- استنتج أن $\widehat{DEC} = \widehat{BFA}$

فرض مراقبة عدد 3

مثال عدد 2

تمرين عدد 01 : ضع العلامة (x) في الخانة المناسبة :

(أ) إذا كان $a \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ و $m \in \mathbb{Z}$ فإن $\frac{a^m}{a^n}$ يساوي :

$$a^{n+m} \square ; a^{m-n} \square ; a^{n-m} \square$$

ب- الكتابة العلمية للعدد $-4569.1237 \times 10^{-5}$ هي

$$-45.691237 \times 10^{-1} \square \quad -0.45691237 \times 10^{-3} \square \quad -4.5691237 \times 10^{-2} \square$$

ج- يتقاس مثلثان إذا قايس :

ضلع وزاويتان في أحدهما ضلعا وزاويتين في الآخر
زاوية وضلعان في أحدهما زاوية وضلعين في الآخر
ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما
ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما في الآخر

د- لاحظ الرسم التالي حيث $(AB) \parallel (DC)$ و O منتصف $[BC]$.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ADC} \square ; AB \neq DC \square ; AB = DC \square$$

تمرين عدد 02 :

اكتب في صيغة قوة لعدد كسري نسبي :

$$\frac{2^6}{3^4} \times \left(-\frac{729}{512}\right) \times 3 ; (-27)^3 \times (-81)^5 ; \left(-\frac{3}{4}\right)^6 \times \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{-3} ; \left(\frac{5}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4$$

$$B = \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^5 \times \frac{4}{5}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}} \times \left(-\frac{213}{5}\right)^0 \quad A = \frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^{-19}}{\left(\frac{6}{4}\right)^{-19}} \times \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}} \quad \text{تمرين عدد 03 : احسب العبارات التالية :}$$

$$C = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 \times \left(-\frac{25}{4}\right)^2}{81 \times \left(-\frac{2}{9}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^7}$$

تمرين عدد 04 :

أ- ابن المثلث EFG حيث $EF=3cm$ و $EG=5cm$ و $FG=6cm$

ب- ابن المستقيم Δ المتوسط العمودي لـ $[FG]$

ج- ابن النقطة A منازرة النقطة E بالنسبة للمستقيم Δ .

د- أثبت أن المثلثين EFG و AFG متقايسان.

هـ - أثبت أن المثلثين EAF و EAG متقايسان.
ما هي عناصرهما الأخرى المتقايسة.

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 4

تمرين عدد 01

(1) أجب بـ: صواب أو خطأ

(أ) علامة العدد $-\frac{-7}{-(-5)}$ هي سالبة

(ب) يتقاسم مثلثان إذا قاييس ضلع وزاوية حادة في أحدهما ضلعا وزاوية حادة في الثاني.

(ج) تبعد كل نقطة من منتصف زاوية نفس البعد عن راس تلك الزاوية ☐(د) تتقاطع منصفات زوايا مثلث في نقطة مشتركة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ☐

(2) ضع العلامة (x) أمام الإجابة الصحيحة:

إذا كان a مقلوب b فإن $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ يساوي: ☐ 0 ؛ ☐ 1 ؛ ☐ $b-a$

(أ)

(ب) لاحظ الرسم التالي: المثلثان ABC و ADE متقايسان حسب:

- الحالة الأولى لتقاييس المثلثات القائمة

- الحالة الثانية لتقاييس المثلثات القائمة

تمرين عدد 02:

1- انشر ثم اختصر العبارتين A و B حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$

$$A = -2\left(x - \frac{3}{4}y\right) + 4\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}y\right)$$

$$B = -\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{5}y + 2\right) - \frac{1}{5}(3y - 5x - 15)$$

ب- اكتب في صيغة جذاء عوامل العبارتين x و y حيث $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$

$$y = (2a-1)b - 2a + 1 \quad \text{و} \quad X = (a+1)(b+2) - (a+1)(b+3)$$

تمرين عدد 03: نعتبر العبارتين E و F حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$

$$E = \frac{3}{4}(x^2 + y^2) - 5(x^2 + y^2) \quad F = 17\left(\frac{x^2}{4} + 5\right) - 17\left(5 - \frac{y^2}{4}\right)$$

1- انشر ثم اختصر E و F

ب- احسب E+F ، ماذا نستنتج ؟

ج- احسب E إذا كان $x=y=-2$ ثم استنتج F.

تمرين عدد 04:

نعتبر مثلثا EFG قائم الزاوية في F

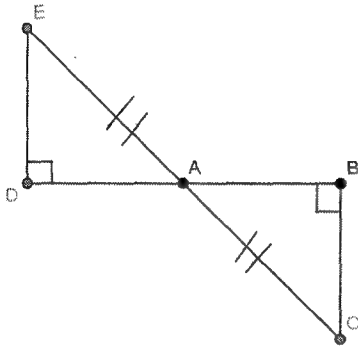
1- ابن النقطة A منظر G بالنسبة إلى النقطة E

ب- ابن المستقيم Δ المار من A والعمودي على (EF) في النقطة B

ج- قارن المثلثين EAB و EFG

د- استنتج إن النقطتين F و B متناظرتان بالنسبة إلى النقطة E

هـ- أثبت أن المثلثين FAE و GBE متقايسان .



مثال عدد 2

فرض مراقبة عدد 4

تمرين عدد 01 :

ضع العلامة (x) في الخانة المناسبة : أ-

إذا كان a عددا كسريا نسبيا فإن $\sqrt{a^2}$ يساوي : $a \square$; $|a| \square$; $a^2 \square$;
 ب- نعتبر a و b عددين كسرين نسبين حيث $a \neq b$ و $a \neq -b$ مقلوب العدد $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}$ هو : \square

$$\frac{1}{2} \times \frac{a^2 - b^2}{b} \square ; \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \square ; (a-b) - (a+b)$$

ج- يتقايس مثلثان قائمان إذا قايس :

\square ضلع قائم وزاوية حادة في أحدهما ضلع قائم وزاوية قائمة في الثاني

\square الوتر وضلع قائم في أحدهما الوتر وضلع قائم في الثاني

\square الوتر وزاوية حادة في أحدهما الوتر وزاوية حادة في الثاني

د- إذا تقايست زاويتان في المثلث فإن هذا المثلث :

\square متقايس الأضلاع ; \square متقايس الضلعين ; \square قائم الزاوية .

تمرين عدد 02 :

نعتبر العبارتين E و F حيث $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$

$$F = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{و} \quad E = (a+b)^2$$

إبين أن $E=F$

ب- احسب F إذا كان $a = -\frac{1}{2}$ و $b = -\frac{3}{2}$

ج- احسب F في الحالة $a = -2$ و $b = a^2$

د- إذا كان $F=0$ بين أن a و b متقابلان

تمرين عدد 03 :

1 (انشر واختصر العبارة : $a^2 - (a-1)(a+1)$ حيث $a \in \mathbb{R}$.

2 استنتج $10^8 - 9999 \times 10001$.

3 ما هو خارج القسمة الاقليدية وباقيها للعدد 10^8 على $10^4 - 1$.

تمرين عدد 04 : نعتبر ABCD مستطيلا .

1) أ- ارسم الارتفاع $[CI]$ للمثلث CBD والارتفاع $[AJ]$ للمثلث ABD .

ب- بين أن المثلثين CBI و ADJ متقايسان .

ج- استنتج أن $DJ=BI$ و $BJ=DI$

2) أ- ارسم $[IH]$ ارتفاع للمثلث DCI و $[JK]$ ارتفاع للمثلث ABJ

ب- بين أن المثلثين DHI و BKJ متقايسان .

ج- استنتج أن $HI=JK$

مثال عدد 1

فرض تألفي عدد 2

تمرين عدد 01 :

أجب بـ "صواب" أو "خطأ"

أ- إذا كان $a^3 + b^3 = 0$ حيث $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$ فإن $a = -b$

ب- إذا كان $a \in \mathbb{Q}_+$ و $b \in \mathbb{Q}_+$ فإن $\sqrt{a^{12}b^8} = (a^3b^2)^2$

ج- مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره

د- مركز ثقل المثلث هو نقطة تقاطع المستقيمات الحاملة لارتفاعات المثلث

تمرين عدد 02

أ- انشر ثم اختصر العبارتين A و B حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $y \in \mathbb{Q}$

$$B = -\frac{1}{3}(y+1)(2y-3)(y-1) \text{ و } A = 2x^3 \left(\frac{3}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \right)$$

ب- فكك إلى جذاء عوامل العبارتين E و F حيث $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}$

$$E = -6a(2b-1) - 2b(2b-1) \text{ و } F = -5(b-1)(a+1) - 10(a-1)(1-b)$$

تمرين عدد 03

$$E = \frac{\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^3 (2y^2)^5}{\frac{4}{3}x^9y^{10}}, \text{ حيث } x \in \mathbb{Q}^* \text{ و } y \in \mathbb{Q}^*$$

$$A - \text{بين أن } E = -3\left(\frac{y}{x}\right)^3$$

ب- احسب E في حالة $x - y = 0$

ج- احسب E في حالة $x + y = 0$

د- احسب E في حالة $3x - y = 0$

تمرين عدد 04 :

نعتبر EFG مثلثا متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

1- أ- ارسم الارتفاعين $[FF']$ و $[GG']$ الموافقين للضلعين $[EG]$ و $[EF]$ على التوالي

ب- بين أن المثلثين EFF' و EGG' متقايسيان

ج- استنتج أن $FF' = GG'$

د- أثبت أن المثلث $EF'G'$ متقايس الضلعين

2- لتكن H المركز القائم للمثلث EFG

أ- قارن المثلثين EHG' و EHF'

ب- استنتج أن (EH) هو المتوسط العمودي لـ $[F'G']$

ج- أثبت أن $(FG) \parallel (F'G')$.

تمرين عدد 01

(1) أجب بـ: صواب أو خطأ

(أ) إذا كان $a \in \mathbb{Q}_-$ فإن علامة العدد $-a^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5$ هي موجبة

(ب) $\frac{3^{-5}}{(-3)^{-4}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

(2) ضع العلامة (x) أمام الإجابة الصحيحة:

(أ) الكتابة العلمية للعدد $\frac{2,25 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-2}}{3 \times 10^4}$ هي: $\square 0,0045$ ؛ $\square 4,5 \times 10^{-3}$ ؛ $\square 0,45 \times 10^{-3}$ (ب) لاحظ الرسم التالي: قيس فتحة الزاوية XBY تساوي: $\square 60^\circ$ ؛ $\square 40^\circ$ ؛ $\square 70^\circ$

تمرين عدد 2:

اختصر العبارات التالية حيث $a \in \mathbb{Q}_+$ و $b \in \mathbb{Q}_+$

$$X = \left(-\frac{4}{3}ab^2\right)^4 \left(-\frac{4}{3}ba^2\right)^{-3}$$

$$Z = \frac{(2a^{-1}b^2)^3 (a^2b^{-1})^2}{4(a^{-5}b)^{-1} (a^{-1}b)^4} \quad \text{و} \quad y = (-5a^{-3}b^2)^2 (4b^2a^{-1})^3 (a^3b^{-5})^2$$

تمرين عدد 3: نعتبر العبارة $A = \left[\frac{4}{3}(x^2y)^3\right]^{-2} (xy^4)^{-2}$ حيث $X \in \mathbb{Q}^*$ و $Y \in \mathbb{Q}^*$

$$A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 (xy)^{-14}$$

ب- احسب العبارة A إذا كان $X = \frac{1}{3}$ و $y = -3$

ج- احسب العبارة A إذا كان x مقلوب y

تمرين عدد 04

نعتبر EFG مثلثًا متقايس الأضلاع

1- ابن النقطة A مناظرة G بالنسبة إلى F

ثم النقطة B مناظرة F بالنسبة إلى G

2- ا- بين أن المثلث EFA متقايس الضلعين حدد أقيسة زواياه

ب- استنتج أن المثلث EGA قائم الزاوية في E.

3- ا- بين أن المثلثين EGA و EFB متقايسان

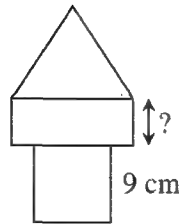
ب- استنتج طبيعة كل من المثلثين EAB و EFB

تمرين عدد 05

الشكل المقابل يتكون من مثلث متقايس الأضلاع و مستطيل مربع ضلعه 9cm ؛ هذه الأشكال لها نفس المحيط

إذن البعد الممثل بنقطة الإستفهام هو :

أ) 4cm ؛ ب) 5 cm ؛ ج) 6 cm ؛ د) 7 cm ؛ هـ) 8 cm



مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 5

تمرين عدد 01 :

(1) أجب بـ " صواب " أو " خطأ "

أ- العدد (-1) هو حل للمعادلة $x^2 + 1 = 0$

ب- ليكن $a \in \mathbb{Q}^*$ إذا كان a و -2 متناسبان مع -1 و -4 فإن $a = -\frac{1}{2}$

ج- متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان هو مستطيل

د- المربع هو معين

(2) ضع العلامة في الخانة المناسبة: ☒

لاحظ الشكل المقابل حيث قيس المساحة الملونة تساوي 13cm^2

النقطتي X و Y منتصف ضلعي الشبه المنحرف

إذن قيس مساحة الشبه المنحرف بـ (cm^2) تساوي:

☐ 24 ؛ ☐ 25 ؛ ☐ 26 ؛ ☐ 27 ؛ ☐ 28

تمرين عدد 02 : ثلاثة ورثة تقاسموا تركة أبيهم :

تحصل الأول على $\frac{7}{10}$ قيمة التركة ، تحصل الثاني على $\frac{2}{5}$ قيمة التركة ناقص 970 د

تحصل الثالث على $\frac{1}{2}$ قيمة التركة زائد 70 د. ابحث عن قيمة التركة ثم حدد نصيب كل واحد .

تمرين عدد 03 : أعطي رجل لأبنائه الثلاثة مبلغا من المال قدره 312 د. فتقاسموه بصفة متناسبة طردا مع أعمارهم التي

هي على التوالي 11 و 13 و 15.

احسب نصيب كل واحد من الأبناء الثلاثة .

تمرين عدد 04 :

1- ابن متوازي الأضلاع ABCD بحيث $\widehat{BAD} = 60^\circ$; $AB = 4\text{cm}$; $AD = 6\text{cm}$

2- أ- ابن (Ax) منصف الزاوية \widehat{BAD} . [Ax] يقطع (CD) في نقطة E

ب- احسب \widehat{DAE} ، \widehat{ADE} و \widehat{AED}

ج- استنتج أن $DE = 6\text{cm}$

3- أ- عين النقطة F من [AB] حيث $AF = 6\text{cm}$

ب- أثبت أن الرباعي ADEF معين

4- [AE] و [DF] يتقاطعان في نقطة O

أ- ارسم الدائرة التي مركزها O وقطرها [AE]. [DF] يقطع [AE] في النقطتين H و K

ب- بين أن الرباعي AHEK مربع

مثال عدد 2

فرض مراقبة عدد 5

تمرين عدد 01 :

ضع العلامة \boxtimes في الخانة المناسبة :

أ- مجموعة حلول المعادلة $(x - \frac{1}{2})(x+1) = 0$ في \mathbb{N} هي : $\{\frac{1}{2}; -1\}$ \boxtimes ; $\{-1\}$ \boxtimes ; \emptyset \boxtimes ;

ب- إذا كان العددين الكسريان المخالفان للصفر a و b متناسبين طردا مع العددين الكسرين المخالفين للصفر x و y فان : $ay = bx$ \boxtimes ; $ax = by$ \boxtimes ; $ab = xy$ \boxtimes ;

ج- رباعي محدب قطراه يتقاطعان في منتصفهما وله زاوية قائمة هو : \boxtimes معين ، \boxtimes مستطيل ، \boxtimes مربع

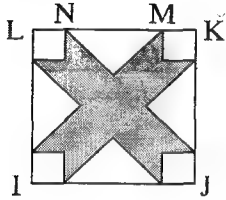
د- في المعين القطران : \boxtimes متقايسان ، \boxtimes متعامدان ، \boxtimes متعامدان و متقايسان.

و-

لاحظ الشكل المقابل حيث $IJKL$ مربع ضلعه 10cm و $MN = 6\text{cm}$

إذن قيس المساحة الملونة يساوي:

$\boxtimes 42\text{cm}^2$ ؛ $\boxtimes 46\text{cm}^2$ ؛ $\boxtimes 48\text{cm}^2$ ؛ $\boxtimes 52\text{cm}^2$ ؛ $\boxtimes 58\text{cm}^2$



تمرين 02

حل في \mathbb{Q} المعادلات التالية :

$$x - \frac{3x+2}{3} = \frac{2-3x}{2} + \frac{1}{4} ; -\frac{3}{2}(1-x) = \frac{3}{5}\left(x - \frac{5}{6}\right) ; 2x + \frac{1}{3} = x - \frac{7}{9} ; -2x + 3 = 1$$

تمرين 03 :

أ- ليكن $x \in \mathbb{Q}^*$ أوجد العدد x إذا علمت أن x و -3 متناسبان مع -2 و 5

ب- ليكن $y \in \mathbb{Q}^*$ أوجد العدد y إذا علمت $-\frac{3}{2}$ و y متناسبان مع $\frac{1}{2}$ و $-\frac{5}{6}$

ج- ليكن $a \in \mathbb{Q}^*$ أوجد a إذا علمت أن $a-1$ و $2a-1$ متناسبان مع 2 و -1

تمرين عدد 04 : نعتبر مثلثا متقايس الأضلاع ABC

1- أ- ابن المستقيم Δ المار من B و الموازي لـ (AC) ثم المستقيم Δ' المار من C و الموازي لـ (AB) حيث Δ و Δ' يتقاطعان في النقطة H

ب- ما هي طبيعة الرباعي ABHC ؟

ج- استنتج أن $[AH] \perp [BC]$

2- (AH) و (BC) يتقاطعان في النقطة I

أ- عين النقطة J منتصف [AB] ثم النقطة K حيث تكون J منتصف [IK]

ب- ما هي طبيعة الرباعي AIBK ؟

3- أ- ابن الدائرة γ مركزها I وتمر من B ، γ تقطع [AH] في M و N .

ب- ما هي طبيعة الرباعي BMCN ؟

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 6

تمرين عدد 01 ضع العلامة ☒ في الخانة المناسبة :

أ- يمثل الجدول التالي معدلات مجموعة من التلاميذ أقسام الثامنة أساسي في مادة الرياضيات:

المعدل	9	10	12	15	17	18	19
عدد التلاميذ	5	4	3	7	3	2	1

منوال هذه السلسلة الإحصائية هو : ☐ 25 ; ☐ 15 ; ☐ 10

كيس به 5 كويرات حمراء مرقمة 1 إلى 5 و 4 كويرات زرقاء مرقمة من 1 إلى 4 و 3 كويرات صفراء مرقمة من 1 إلى 3 .

ب- العدد الكسري الذي يمثل احتمال سحب بطريقة عشوائية كويرة رقمها فردي هو : ☐ $\frac{7}{12}$; ☐ $\frac{4}{12}$; ☐ $\frac{5}{12}$

ج- حجم مخروط دوراني ارتفاعه h وشعاع قاعدته r هو :

$$\frac{4}{3}\pi r^2 \quad \square ; \quad \frac{\pi r^2 h}{3} \quad \square ; \quad \frac{\pi r^2 h}{2} \quad \square$$

د- حجم كرة قدم قطرها 12cm هو : ☐ $301,44cm^3$; ☐ $150,72cm^3$; ☐ $904,32cm^3$

تمرين عدد 02:

نمثل المعطيات التالية عدد السنوات التي قضاها عدد من تلاميذ بمدرسة إعدادية.

5 5 2 3 4 3 2 5 5 5 3 1 2 4 3 5 4 5 2 1 4 3 2 3 4 3 3 4 5

أ- كون من هذه المعطيات جدولا إحصائيا

ب- ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية.

ج- ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائية.

د- ما هو مدى هذه السلسلة الإحصائية.

هـ- مثل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط العصيات .

تمرين عدد 03:

(1) ابن شبه منحرف ABCD قائما في A و D بحيث $AD = 4cm$ و $AB = 4cm$ و $CD = 6cm$

ب- احسب مساحة شبه المنحرف ABCD

(2) أ - عين النقطة I من $[CD]$ حيث $DI = 2cm$

ب- ما هي طبيعة الرباعي ABCI

(3) لتكون O مركز ABCI

أ- ارسم الدائرة ع التي مركزها O وتمر من B حيث تقطع $[AC]$ في E و F

ب- ما هي طبيعة الرباعي BEIF ؟

تمرين عدد 04: نأخذ: $\pi \approx 3.14$

المجسم (A) على شكل كرة قطرها 12 cm

1- احسب حجم هذه الكرة .

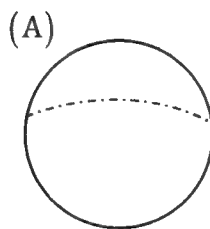
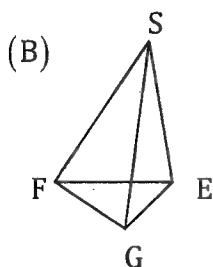
2- المجسم (B) على شكل هرم قاعدته مثلث قائم

احسب مساحة قاعدة المجسم (B) علما أن حجمه

مساوي لحجم الكرة و ارتفاعه 9.42cm

3- القاعدة للمجسم (B) على شكل مثلث قائم الزاوية في E بحيث $EG = 36cm$

احسب EF .



فرض مراقبة عدد 6

(1) أجب بـ: صواب أو خطأ

(ب) حجم مخروط شعاعه 2 cm و ارتفاعه 5cm هو $\frac{20\pi}{3} \text{ cm}^3$

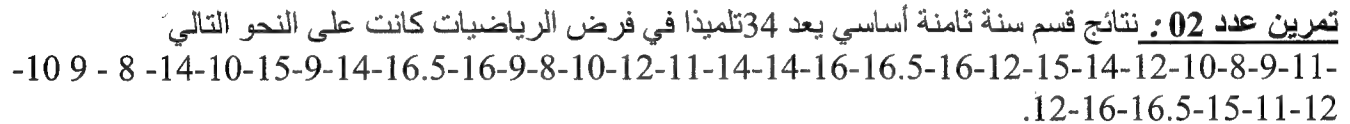
2) ضع العلامة (x) أمام الإجابة الصحيحة:

يمثل المخطط التالي عدد الساعات التي يقضيها أطفال أمام التلفاز في اليوم

أ) النسبة المئوية للأطفال الذين يقضون أقل من 3 ساعات هي:

☐ 25% ☐ 52.5% ☐ 47.5%

(ب) المعدّل الحسابي لهذه السلسلة هو: 1.925 ؛ 1.825 ؛ 1.725



١- نظم هذه المعطيات في جدول إحصائي مبرز ا نتائج هذا القسم مجزئاً إلى أصناف مداها 3

ب- مثل الجدول المتحصل عليه بمخطط المستطيلات .

ج- ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائية؟

د- ما هو مدى هذه السلسلة الإحصائية؟

(هـ) ما هي النسبة المئوية للتلاميذ الذين لهم معدل يساوي أو يفوق 11؟

تمرين عدد 03: نلعب بنرد أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 بالطريقة التالية نرمي النرد مرتين متتاليتين ثم نهتم بجداء العددين للوجه الفرقى فى كل مرة.

6	5	4	3	2	1	×
			3	2	1	1
						2
	15					3
						4
						5
						6

(1) أنقل ثم أكمل الجدول التالي:

(2) ما هو احتمال الحصول على عدد أكبر من أو يساوي لـ 16؟

(3) ما هو احتمال الحصول على عدد فردي؟

(4) ما هو احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 5؟

(5) اذکر حدث اکید، حدث ممکن وحدث مستحیل.

تمرين عدد 04. نعتبر الرسم التالي حيث SEFGH هرم قاعدته المربع EFGH طول ضلعه 6cm

$$(SEF) \cap (EK) : (SEG) \cap (EK) \quad (SEG) \cap (EFS) : (SEG) \cap (EFG) : \text{حد} \quad (1)$$

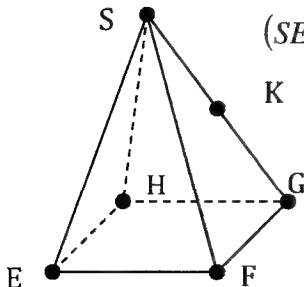
(2) لتكن J نقطة تقاطع (SF) والمستقيم المار من k والموازي ل (FG) .

١- بين أن

ب- بین آن (JK)/(SEH)

(3) - حدود $(SH) \cap (SFG)$ و $(KJ) \cap (SFG)$

(4) احسب حجم هذا الهرم علما أن ارتفاعه $h = 12\text{cm}$



مثال عدد 1

فرض تأليفي عدد 3

تمرين تمرين عدد 01

(1) أجب ب: صواب أو خطأ

(أ) مستويان من الفضاء يتقاطعان حسب مستقيم

(ب) حجم كرة قطرها 6cm هو $36\pi \text{ cm}^3$

(2) ضع العلامة (x) أمام الإجابة الصحيحة:

يمثل الجدول التالي الأجر اليومي لعمال بإحدى الشركات

الأجر بالدينار	[10;15[[15;20[[20;25[[25;30[
التكرار	5	10	18	2

(أ) معدل الأجور بهذه الشركة هو: $\square 21.07$ ؛ $\square 20.63$ ؛ $\square 19.92$

(ب) نختار عاملاً بصفة عشوائية ، احتمال أن يكون الأجر اليومي لهذا العامل أكثر أو يساوي 15 دينار هو:

 $\square \frac{4}{7}$ ؛ $\square \frac{5}{7}$ ؛ $\square \frac{6}{7}$ تمرين عدد 02: نعتبر العبارة F حيث $x \in \mathbb{Q}$ و $F = 3x^4 - 2x^3$ (1) أ- أثبت أن $F = x^3(3x-2)$ ب- احسب العبارة F إذا كان $x=0$.(2) أ- حل في \mathbb{Q} المعادلة $3x-2=0$ ب- استنتج مجموعة حلول المعادلة $F=0$

تمرين عدد 03:

نعتبر نرداً مكعب الشكل متجانس و أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 . تتمثل اللعبة في رمي النرد إلى أعلى وبعد سقوطه نسجل رقم وجهه العلوي

(1) أ- حدد الحدث A التالي: «الحصول على عدد زوجي»

ب- احسب احتمال الحدث A.

(2) أ- حدد الحدث B التالي : «الحصول على عدد مربع كامل»

ب- احسب احتمال الحدث B.

(3) أ) احسب احتمال الحدث $A \cap B$ ب- احسب احتمال الحدث $A \cup B$

تمرين عدد 04:

الشكل التالي يمثل رسما منظورا لمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ حيث M نقطة من $[AB]$ و N نقطة $[EH]$

1- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (AE) والمستوى (ABC) ؟ علل جوابك

2- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (HG) والمستوى (EFB) ؟ علل جوابك

3- ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (AD) و (MN) ؟ علل جوابك

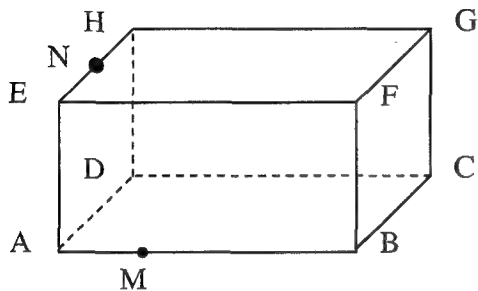
4- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (ABC) و (BCG) ؟ علل جوابك

5- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (AEN) و (BFC) ؟ علل جوابك

6- ما هي الوضعية النسبية للمستقيم (MN) والمستوي (FGC)

7- إذا علمت أن $AE = 1,6cm$ و $BC = 2,5cm$ و $AB = 4,5cm$

احسب حجم $ABCDEFGH$



فرض تأليفي عدد 3

مثال عدد 2

تمرين عدد 01: أجب ب "صواب" أو "خطأ"

أ- ليكن $a \in \mathbb{Q}$ إذا كان a و $-\frac{1}{2}$ متناسبان مع $-\frac{3}{4}$ و -1 على التوالي فإن $a = -\frac{2}{3}$

ب- ليكن $a \in \mathbb{Q}$ العدد $a-1$ هو حل للمعادلة $x^2 - a^2 + 2a - 1 = 0$

ج- رباعي محدب له ضلعان متتاليان متقايسان ومتعامدان هو معين

د- ليكن P مستوي في الفضاء إذا كان : $\Delta // P$ و $\Delta' // \Delta$ فإن $\Delta' // P$

تمرين عدد 02:

الجدول المصاحب يوضح توزيع قسم الثامنة أساسي حسب الوزن .

الوزن (كغ)	من 45 إلى أقل من 50	من 50 إلى أقل من 55	من 55 إلى أقل من 60	من 60 إلى أقل من 65
عدد	6	12	9	3
التلاميذ				

أ- ما هو التكرار الجملي لهذه السلسلة الإحصائية

ب- ما هو منوال هذه السلسلة

ج- ما هو مدى هذه السلسلة

د- مثل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط المستطيلات

تمرين عدد 03: نعتبر مثلثا EFG قائما في E و I منتصف [EG]

(1) أ- ابن النقطة H منازرة النقطة F بالنسبة الى النقطة I

ب- بين أن الرباعي EFGH متوازي الاضلاع

ج- استنتج أن $FG=EH$

(2) لتكن O منتصف [FG] و J منتصف [EH]

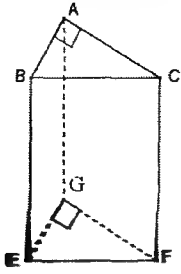
أ- بين أن الرباعي EFOJ متوازي الاضلاع .

ب- استنتج أن $(OJ) \perp (EG)$

(3) أ- بين أن الرباعي EOGJ معين .

ب- بين أن I منتصف [OJ]

تمرين عدد 04: نعتبر الموشور القائم التالي $ABCEFG$ حيث ABC مثلث قائم في A



1- بين أن $(EFG) \parallel (AC)$

2- بين أن $(EFG) \parallel (ABC)$

3- ما هي الوضعية النسبية للمستويين (ACG) و (BFE)

4- ما هي الوضعية النسبية للمستقيمين (AC) و (EF)

5- إذا علمت أن $EG = 2,5cm$ و $FG = 3cm$ و $CG = 5cm$ احسب حجم $ABCEFG$

تمرين عدد 05: في مسابقة تلفزيونية اقترح المنشط 5 أسئلة منها 3 في الأدب و 2 في الرياضة يختار المشارك

سؤالين بصفة عشوائية للإجابة عنها

(1) ماهو عدد إمكانية السؤالين؟

(2) ماهو احتمال أن يكون السؤالان في الأدب ؟

(3) ماهو احتمال أن يكون السؤالان في الرياضة ؟

(4) ماهو احتمال أن يكون السؤالان أحدهما في الرياضة و الآخر في الأدب ؟

الأصلح

تمرين عدد 6:

(1) يكون عدد (أكبر من 909) قابلاً للقسمة على 8 إذا كان العدد المكون من أرقامه الثلاث الأخيرة

(رقم الأحاد ورقم العشرات ورقم المئات) قابلاً للقسمة على 8.

وبالتالي الأحاد التي تقبل القسمة على 8 هي: 16104 ، 19720 ، 0

(2) باقي قسمة عدد على 8 هو نفس باقي قسمة العدد المكون من أرقامه الثلاث الأخيرة على 8. وبالتالي:

- باقي قسمة العدد 35891 على 8 هو نفس باقي قسمة 891 على 8 ويساوي 3.
- باقي قسمة العدد 419173 على 8 هو نفس باقي قسمة 173 على 8 ويساوي 5.
- باقي قسمة كل من الأعداد 1972 ، 1604 ، 0 على 8 يساوي 0.

تمرين عدد 07

محيط المئات هو عدد قابل للقسمة على 3 إذن فهو 360 أو 180 أو 222
محيط المئين هو عدد قابل للقسمة على 4 إذن فهو 360 أو 180 أو 160
محيط الآلاف هو عدد قابل للقسمة على 8 إذن فهو 360 أو 160
بما أن الأشكال الثلاث لها نفس المحيط فإن المحيط المناسب هو 360.

تمرين عدد 8: 4712 ، 15896 ، 17960 ، 794516

تمرين عدد 9: 4375 ، 97150 ، 74375 ، 34650

تمرين عدد 10: يكون العدد $37x2$ قابلاً للقسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه $(2+x+3)$ قابلاً للقسمة على 3.يكون العدد $37x2$ قابلاً للقسمة على 4 إذا كان العدد المكون من رقميه الأخيرين $(x2)$ قابلاً للقسمة على 4.

وبالتالي يكون العدد $37x2$ قابلاً للقسمة في نفس الوقت على 3 و 4 يجب أن يكون مجموع أرقامه مضاعفاً للعدد 3
والعدد المكون من رقميه الأخيرين قابلاً للقسمة على 4.

لنبدأ: $2+7+3=12$ ؛ ليكون العدد $37x2$ قابلاً للقسمة على 3 هناك أربع حالات وهي: $x=0$ أو $x=3$ أو $x=6$ أو $x=9$.
من بين الحالات السابقة التي يمكن أن يكون فيها العدد $(x2)$ قابلاً للقسمة على 4 هي $x=3$ و $x=9$ ، لأن العددين 32 و 92 قابلان للقسمة على 4. إذن الإمكانات المتحصل عليها: 3732 و 3792.

اتبع نفس الطريقة لتحصل على كل الإمكانات بالنسبة للأعداد الأخرى.

تمرين عدد 11: 235872 ، 78120 ، 587088

تمرين عدد 12: 39375 ، 42750 ، 8925 ، 37200

تمرين عدد 13: لدينا a مضاعف للعدد 35 و b مضاعف للعدد 21، هذا يعني أنه يوجد عددين صحيحين طبيعيين حيث $a = n \times 35$ و $b = m \times 21$

$$(1) \quad a + b = n \times 35 + m \times 21 = n(5 \times 7) + m(3 \times 7) = 7(5n + 3m) = 7[(5n) + (3m)] = 7(5n + 3m)$$

نشير $p = 5n + 3m \in \mathbb{N}$ إذا $a + b = 7p$ ؛ هذا يعني أن العدد $a + b$ مضاعف للعدد 7 وبالتالي $a + b$ يقبل القسمة على 7

تمرين عدد 1:

المقسوم	القاسم	خارج القسمة	البقي
436	25	17	11
1756	13	135	1
4488	45	99	33
6519	50	130	19
17411	120	145	11

تمرين عدد 2:

(1) نلاحظ من خلال الكتابة $a = q \times 11 + r$ أن العدد a يقبل المقسوم ، العدد q يقبل القاسم ، العدد r يقبل باقي القسمة.و بما أن باقي القسمة الإيجابية لعدد صحيح طبيعي على آخر مخالف للصفر يكون دائماً أصغر من القاسم فإن $r < q$

$$(2) \quad a = q \times 11 + r \text{ يعني } a - r = q \times 11 \text{ يعني } \frac{a-r}{q} = 11$$

بما أن $\frac{a-r}{q} = 11$ فإن العدد q يعتبر قاسماً للعدد $a-r$ وبالتالي العدد $a-r$ هو مضاعف للعدد q .

تمرين عدد 3:

(1) صواب (2) صواب (3) خطأ (4) خطأ (5) خطأ (6) صواب (7) خطأ (8) خطأ.

تمرين عدد 4:

(1) يكون عدد (أكبر من 90) قابلاً للقسمة على 4 إذا كان العدد المكون من رقميه الأخيرين
(رقم الأحاد ورقم المئات) قابلاً للقسمة على 4.

وبالتالي الأحاد التي تقبل القسمة على 4 هي: 3172 ، 0 ، 59908

(2) باقي قسمة عدد على 4 هو نفس باقي قسمة العدد المكون من رقميه الأخيرين على 4. وبالتالي:

- باقي قسمة العدد 8749 على 4 هو نفس باقي قسمة 49 على 4 ويساوي 1.
- باقي قسمة العدد 16591 على 4 هو نفس باقي قسمة 91 على 4 ويساوي 3.
- باقي قسمة كل من الأعداد 3172 ، 0 ، 59908 على 4 يساوي 0.

تمرين عدد 5:

(1) يكون عدد (أكبر من 90) قابلاً للقسمة على 25 إذا كان العدد المكون من رقميه الأخيرين
(رقم الأحاد ورقم المئات) قابلاً للقسمة على 25.

وبالتالي الأحاد التي تقبل القسمة على 25 هي: 4975 ، 0 ، 83550

(2) باقي قسمة عدد على 25 هو نفس باقي قسمة العدد المكون من رقميه الأخيرين على 25. وبالتالي:

- باقي قسمة العدد 34545 على 25 هو نفس باقي قسمة 45 على 25 ويساوي 20.
- باقي قسمة العدد 25976 على 25 هو نفس باقي قسمة 76 على 25 ويساوي 1.
- باقي قسمة كل من الأعداد 4975 ، 0 ، 83550 على 25 يساوي 0.

$$(3) \text{ لدينا } 2^2 \times 3 = 12 \text{ ق.م. } \text{أ} (336; 180) \text{ لذا } \frac{180}{336} = \frac{180:12}{336:28} = \frac{15}{28}$$

$$\text{و } 2 \times 3^2 = 18 \text{ ق.م. } \text{أ} (180; 54) \text{ لذا } \frac{54}{180} = \frac{3}{10} = \frac{54:18}{180:18}$$

$$(4) \text{ نعتبر } a = 336 \text{ و } b = 24.$$

$$a - b = 2^4 \times 3 \times 7 - 2^3 \times 3 = 2^3 \times 2 \times 3 \times 7 - 2^3 \times 3 = (2^3 \times 3) \times 14 - (2^3 \times 3) \times 1 = (2^3 \times 3) \times [14 - 1] = 13 \times (2^3 \times 3)$$

نعتبر $p \in \mathbb{N}$ لذا $a - b = p \times 13$ يعني أن الحد $a - b$ مضاعف للعدد 13 وبالتالي $a - b$ يقبل القسمة على 13.

$$a + b = 2^4 \times 3 \times 7 + 2^3 \times 3 = 2^3 \times 2 \times 3 \times 7 + 2^3 \times 3 = (2^3 \times 3) \times 14 + (2^3 \times 3) \times 1 = (2^3 \times 3) \times [14 + 1] = 15 \times (2^3 \times 3) = 15p$$

لذا $a + b = p \times 15$ هذا يعني أن الحد $a + b$ مضاعف للعدد 15 وبالتالي $a + b$ يقبل القسمة على 15.

252	2	396	2
126	2	198	2
63	3	99	3
21	3	33	3
7	7	11	11
1	1	1	1

تبرير عدد 19:

$$(1) \text{ أ} (252; 396) \text{ ق.م. } \text{أ} (396; 252) \text{ ق.م. } \text{أ} 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7 \text{ و } 396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$$

(ب) مجموع القواسم المشتركة لـ 252 و 396 هي مجموعة قواسم 36 أي: $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

(2) أ يجب أن يكون طول كل قطعة حددا قاسما مشتركا لـ 252 و 396 إذن أكبر طول ممكن لكل قطعة محصور بين 10 و 20 هو 18 وفي هذه الحالة: عدد قطع القضيبي الأول: $14 = 252 : 18$ و عدد قطع القضيبي الثاني هو 22

$$14 + 22 = 36$$

(ب) اصغر طول ممكن لكل قطعة محصور بين 10 و 20 وفي هذه الحالة يكون الحد الجلي للقطع

$$252 : 12 + 396 : 12 = 54$$

تبرير عدد 20:

$$(1) \text{ باقي قسمة العدد } x78 \text{ على } 25 \text{ هو نفس باقي قسمة العدد } 78 \text{ على } 25 \text{ ويساوي } 3.$$

$$(2) \text{ باقي قسمة العدد } x78 \text{ على } 4 \text{ هو نفس باقي قسمة العدد } 78 \text{ على } 4 \text{ ويساوي } 2.$$

$$\text{بما أن خارج القسمة الإقليدية للعدد } x78 \text{ على } 4 \text{ هو } 2419 \text{ فإن } x78 = 4 \times 2419 + 2 = 9678 \text{ وبالتالي } x = 96$$

تبرير عدد 21: (1) بما أن $168 = 8 \times 21$ إذن العدد 168 يقبل القسمة على 8.

$$(2) \text{ باقي قسمة العدد } x168 \text{ على } 25 \text{ هو نفس باقي قسمة العدد } 68 \text{ على } 25 \text{ ويساوي } 18. \text{ إذن } y = 9168 = 25 \times 366 + 18$$

$$a \times b = (n \times 35)(m \times 21) = (n \times 5 \times 7)(m \times 3 \times 7) = n \times 7 \times 5 \times m \times 7 \times 3 = (n \times m)(7 \times 7)(5 \times 3) = 49nm$$

نعتبر $x \in \mathbb{N}$ لذا $a \times b = 5 \times x$ هذا يعني أن الحد $a \times b$ مضاعف للعدد 15 وبالتالي $a \times b$ يقبل القسمة على 15.

تبرير عدد 14:

(1) كل عدد يقبل القسمة على 4 و 5 يقبل القسمة على 20 لأن 20 مضاعف لـ 4 و 5 في نفس الوقت وهذا الزيان في ما بينهم.

$$(2) \text{ لأن العدد } 60 \text{ يقبل القسمة على } 4 \text{ و } 6 \text{ ولا يقبل القسمة على } 24$$

$$\text{تبرير عدد 15: (1) } 300 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \text{ ; } 108 = 2^2 \times 3^3 \text{ ; } 48 = 2^4 \times 3$$

$$(2) 456 = 48 + 108 + 300 = 2^4 \times 3 + 2^2 \times 3^3 + 2^2 \times 3 \times 5^2 = 2^2 \times 3 \times 2^2 + 2^2 \times 3 \times 3^2 + 2^2 \times 3 \times 5^2 = 2^2 \times 3 \times (2^2 + 3^2 + 5^2)$$

تبرير عدد 16:

$$\text{إذن } 456 \text{ قابل للقسمة على } 16 \text{ لأن } a^2 = a^{2-0} = a^2$$

تبرير عدد 17:

$$\text{نعتبر } n = a^{2006} \in \mathbb{N} \text{ لذا } n \times (a^2 + a + 1) = a^{2006} + a^{2007} + a^{2008} \text{ هذا يعني أن العدد } a^{2006} + a^{2007} + a^{2008} \text{ مضاعف للعدد } a^2 + a + 1$$

تبرير عدد 18:

336	2	180	2	54	2	24	2
168	2	90	2	27	3	12	2
84	2	45	3	9	3	6	2
42	2	15	3	3	3	3	3
21	3	5	5	1	1	1	1
7	7	1	1	54 = 2 \times 3^3		24 = 2^3 \times 3	
1	1						

$$336 = 2^4 \times 3 \times 7$$

$$180 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$(2) 12 = 2^2 \times 3 = 3 \text{ ق.م. } \text{أ} (336; 180)$$

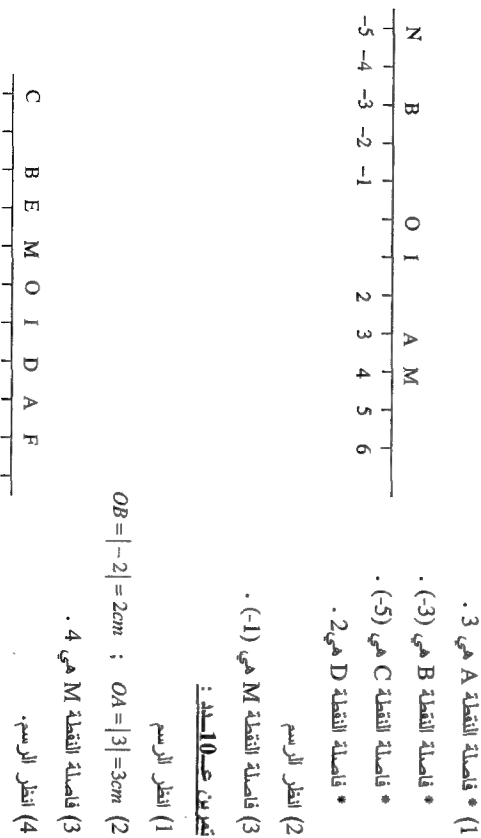
$$18 = 2 \times 3^2 = 3 \text{ ق.م. } \text{أ} (180; 54)$$

$$216 = 2^3 \times 3^3 = 3 \text{ ق.م. } \text{أ} (54; 24)$$

تبرين عد08:

$$\begin{aligned}
 N \cap F &= \{0; 1\} \\
 G \cap Z &= \{0; 4\} \\
 Z \cup F &= Z \\
 E \cap Z &= \left\{0; -3; \frac{-12}{3}\right\} \\
 E \cup F &= \left\{0; -3; -4; -1; -5; \frac{15}{2}\right\} \\
 E \cup G &= \left\{0; -1; -3; \frac{-15}{3}; 4; \frac{15}{2}; 1; \frac{-12}{3}\right\} \\
 E \cap F &= \{0; -3; -4; 1\} \\
 F \cap G &= \{0\} \\
 Z \cap E &= \left\{0; -3; \frac{-12}{3}; 1\right\}
 \end{aligned}$$

تبرين عد09:



تبرين عد01:

(أ) صحيح ؛ (ب) خطأ ؛ (ج) خطأ ؛ (د) صحيح ؛ (هـ) خطأ ؛ (و) خطأ.

تبرين عد02:

$$\begin{aligned}
 4 \notin Z ; \frac{-20}{4} \in Z ; 0 \in Z ; \frac{-3}{2} \notin Z ; \{0; -1; 3\} \notin Z ; Z_+ = N ; Z_- \subset Z ; N \subset Z ; -4,5 \notin Z \\
 -\sqrt{6} \in Z ; \sqrt{8} \in N ; \left\{\frac{15}{3}; 0; -7\right\} \notin N ; \left\{4; \frac{13}{2}; -5\right\} \notin Z ; \left|-\frac{30}{5}\right| \in Z ; \left|-\frac{13}{5}\right| \notin Z.
 \end{aligned}$$

تبرين عد03: الأعداد الصحيحة النسبية هي :

$$\left|-\frac{15}{3}\right| ; 0 ; -\frac{48}{8} ; -434 ; 36 ; -\left(\frac{-54}{3}\right) ; -\sqrt{64} ; \sqrt{25}$$

تبرين عد04:

$$\left| -|-5| \right| = 5 ; \left| -49 \right| = 49 ; \left| 363 \right| = 363 ; \left| -43 \right| = 43 ; \left| 0 \right| = 0 ; \left| \sqrt{81} \right| = \sqrt{81} = 9 ; \left| -\sqrt{25} \right| = \sqrt{25} = 5$$

تبرين عد05:

$$\begin{aligned}
 C &= \{0; -2; -3; -5; -6\} \text{ ؛ } B = \{0; 2; 3; 6; 8\} \text{ ؛ } \\
 G &= \{0; 2; -2; 3; -3\} \text{ ؛ } F = \emptyset \text{ ؛ } E = \{-5\} \text{ ؛ } D = \{-3; 3\}
 \end{aligned}$$

تبرين عد06: $|x| = 0$ يعني $x = 0$.* $|x| = 4$ يعني $x = 4$ أو $x = -4$.* $|x| = 1$ يعني $x = 1$ أو $x = -1$.* $|x| = 3$ يعني $x = 3$ أو $x = -3$.* $|x| = 9$ يعني $x = 9$ أو $x = -9$.* $|x| = -11$ لا يمكن.* $|x| = 13$ يعني $x = 13$ أو $x = -13$.* $|x| = -5$ لا يمكن.

تبرين عد07:

$$D = \emptyset \text{ ؛ } Z_- \subset C \text{ ؛ } B = Z \text{ ؛ } A = \{-13; 13\}$$

Collection pilote

3. الجمع و الطرح و الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

$$*b - (9 + a) = b - 9 - a = (b - a) - 9 = 12 - 9 = 3$$

$$*-(a - 8) - (1 - b) = -a + 8 - 1 + b = (b - a) + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$*(7 + b) + (3 - a) - 1 = 7 + b + 3 - a = (b - a) + 10 = 12 + 10 = 22$$

تمرين عدد 06:

$$a = 2 \quad b = 9$$

$$-|b| - |a| = -|9| - |2| = -9 - 2 = -11 \quad ; \quad |a| \cdot |b| = |2| \cdot |9| = 2 \cdot 9 = 18 \quad ; \quad |a - b| = |2 - 9| = |-7| = 7$$

$$b = -7 \quad a = -5$$

$$|a| - |b| = |-5| - |-7| = -5 - (-7) = -5 + 7 = 2 \quad ; \quad |a - b| = |-5 - (-7)| = |-5 + 7| = |2| = 2$$

$$-|a| - |b| = -|-5| - |-7| = -5 - (-7) = -5 + 7 = 2$$

$$b = 12 \quad a = -11$$

$$|a| - |b| = |-11| - |12| = -11 - 12 = -23 \quad ; \quad |a - b| = |-11 - 12| = |-23| = 23$$

$$-|a| - |b| = -|-11| - |-12| = -11 - 12 = -23$$

$$a = b = -1$$

$$-|b| - |a| = -|-1| - |-1| = -1 - 1 = -2 \quad ; \quad |a| - |b| = 0 \quad ; \quad |a - b| = 0$$

$$a = -b = 1$$

$$-|b| - |a| = -|-1| - |-1| = -1 - 1 = -2 \quad ; \quad |a| - |b| = |1| - |1| = 1 - 1 = 0 \quad ; \quad |a - b| = |1 - (-1)| = |2| = 2$$

تمرين عدد 07:

$$x = 15 + 14 = 29 \quad \text{يعني} \quad -14 + x = 15$$

$$x = 11 \quad \text{يعني} \quad -x + 11 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{يعني} \quad (2 - x) = 4$$

$$x = -17 \quad \text{يعني} \quad (-x - 8) = 9$$

$$x = 5 \quad \text{يعني} \quad 7 + (-6 - x) = -4$$

تمرين عدد 08:

$$(-8) \times 9 = (-27) \quad ; \quad (-5) \times (-3) = 15 \quad ; \quad (-6) \times (-9) \times 7 = 378 \quad ; \quad (-10) \times (-1) \times (-3) = (-30)$$

$$(-11) \times (-4) \times (-2) \times (-5) = 440 \quad ; \quad (-10) \times (-1) \times (-3) = (-30)$$

$$(-7) \times 10 \times (-3) \times 6 \times (-5) = (-6300) \quad ; \quad (-77) \times 140 \times (-341) \times 0 \times (-558) = 0$$

تمرين عدد 09:

علامة العدد A هي موجبة لأن عدد العوامل السالبة هو زوجي (4)

علامة العدد B هي سالبة لأن عدد العوامل السالبة هو فردي (3)

علامة العدد C هي موجبة لأن عدد العوامل السالبة هو زوجي (4)

علامة العدد D هي سالبة لأن عدد العوامل السالبة هو فردي (5)

تمرين عدد 10:

$$b = 0 \quad a = -2$$

$$ab + 3a - 2b = (-2) \times 0 + 3 \times (-2) - 2 \times 0 = 0 + (-6) - 0 = (-6)$$

$$a(-2b + 5a) = (-2) \times [(-2) \times 0 + 5 \times (-2)] = (-2) \times [0 + (-10)] = (-2) \times (-10) = 20$$

Collection pilote

3. الجمع و الطرح و الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

الإصلاح

تمرين عدد 01:

$$(-20) + (-3) = (-23) \quad ; \quad 343 + (+15) = 358 \quad ; \quad (-92) + 223 = 131 \quad ; \quad (-50) - (+49) = (-99)$$

$$(-237) + (+14) = (-223) \quad ; \quad (-30) - (-54) = (-30) + 54 = 24 \quad ; \quad (+88) - (+22) = 66 \quad ;$$

$$(-29) + (-11) = (-40)$$

تمرين عدد 02:

$$(-4) + 19 + (-33) = 15 + (-33) = (-18) \quad ; \quad (-17) - (-20) + 34 = (-17) + 20 + 34 = 3 + 34 = 37$$

$$(+12) + (+120) + (+13) = 132 + 13 = 145 \quad ; \quad (+18) + (-20) + (-15) = (-2) + (-15) = (-17)$$

$$(-144) - (+173) - 15 = (-144) + (-173) - 15 = (-317) - 15 = (-332)$$

$$(-18) - (+19) + (-30) - 12 = (-18) + (-19) + (-30) - 12 = (-37) + (-42) = (-79)$$

$$39 + (-50) - 45 - 39 = (-1) + (-84) = (-85)$$

تمرين عدد 03:

$$*12 - (23 - 45 + 3) - (-12 + 47) = 12 - (-19) - 35 = 12 + 19 - 35 = 31 - 35 = -4$$

$$*-(32 - 85) + 56 - (56 - 69) = -(-32 + 85) + 56 - (-13) = -(-53) + 56 + 13 = 53 + 56 + 13 = 122$$

$$*(-58) + (-63 + 14 - (35 - 24)) = 58 + (-49 - 11) = 58 + (-60) = -2$$

$$*19 - 21 - (-24) - [(-20 + 18) - (-3 + 24) - (26 + 18)] = 21 - 34 = -13$$

$$*(-89 - 21 - 4) - [-43 - (-5)] - (63 - 47) = (-115) - (-43 + 5) - 16$$

$$*(-115) - (-38 - 16) = -115 + 38 - 16 = -77 - 16 = -93$$

$$*0 - 56 - [0 - (25 - 39)] + 1 - (-26) = (-56) - [-(14)] + (1 + 26) = (-56) - 14 + 27 = -70 - 27 = -97$$

تمرين عدد 04:

$$123 + 456 = 579 \quad ; \quad 123 - 456 = -333$$

(ب)

$$*(123 + 892) - (456 + 892) = 123 - 456 = -333$$

$$*(123 - 252) + (456 + 252) = 123 + 456 = 579$$

$$*(123 - 632) - (456 - 632) = 123 - 456 = -333$$

$$*(123 + 236) + (456 - 236) = 123 + 456 = 579$$

$$*[(123 - 472) + (456 + 472)] + [(123 - 669) - (456 - 669)] = 579 + (-333) = 246$$

تمرين عدد 05:

$$*a - (3 + b) = a - 3 - b = (a - b) - 3 = -12 - 3 = -15$$

$$*12 - (b - 4) + a = 12 - b + 4 + a = (a - b) + 12 + 4 = -12 + 16 = 4$$

$$*a - 1 - (b - 6) = a - 1 - b + 6 = (a - b) + 6 - 1 = -12 + 5 = -7$$

$$*-(b - 5) - (-a + 8) = -b + 5 + a - 8 = (a - b) + 5 - 8 = -12 - 3 = -15$$

Collection pilote

3. الجمع و الطرح و الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

تمرين عدد 14: ساعة مراد تتأخر $14 \times 24 = 336s$ في اليوم أي 672 ثانية في يومين ومن منتصف النهار إلى الرابعة تتأخر $56s = 14 \times 4$ إذن فهي تأخرت 728s $= 56 + 672$ أي 12 دقيقة و 8 ثواني وبالتالي تشير ساعة مراد إلى الساعة 47mn5s $= 3h 12mn8s - 47mn5s$ أي الثالثة و 47 دقيقة و 52 ثانية.

تمرين عدد 15:

$$\begin{aligned} 3(a+b) + 2(3a+2b) &= 3a+3b+6a+4b=9a+7b \\ -2(a-b) + 5(-a+b) &= -2a+2b-5a-5b=-7a-3b \\ 4(-2a+3b) - (a-2b) &= -8a+12b-a+2b=-9a+14b \\ -8a-7(a-2b)-2(3a+b) &= -8a-7a+14b-6a-2b=-21a+12b \end{aligned}$$

تمرين عدد 16:

$$\begin{aligned} a \leq b \text{ و } b \in \mathbb{Z}_+, \text{ و } a \in \mathbb{Z}_+ \quad (أ) \\ a \geq b \text{ و } b \in \mathbb{Z}_+, \text{ و } a \in \mathbb{Z}_+ \quad (ب) \\ |a| - |b| - |a-b| = (-a) - (-b) - (a-b) = -a+b-a+b = -2a+2b = 2(b-a) \\ |a| - |b| - |a-b| = a - (b-a) = a-b-b+a = 2a-2b = 2(a-b) \end{aligned}$$

$$b \in \mathbb{Z}_+, \text{ و } a \in \mathbb{Z}_+ \quad (ج)$$

تمرين عدد 17:

$$\begin{aligned} |a| - |b| - |a-b| &= |a| - |a| - (-a) = |a| - |a| + a = a \\ |a| - |b| - |a-b| &= |a| - |a| - (-a) = |a| - |a| + a = a \\ A &= -2(a-b) + 3(b-2a) + 3a = -2a+2b-6a+3a = -2a-6a+3a = -2a-6a+3a = -5a-5b \\ B &= 3(-2a+b) - 2(b-a) + 3(3a-2b) = -6a+3b-2b+2a+9a-6b = (-6a+2a+9a) + (3b-2b-6b) = 5a-5b \end{aligned}$$

$$b = -1 \text{ و } a = -3 \quad (2)$$

$$A = 5b - 5a = 5 \times (-1) - 5 \times (-3) = -5 + 15 = 10$$

$$B = 5a - 5b = 5 \times (-3) - 5 \times (-1) = -15 + 5 = -10$$

$$a = b$$

$$A = B = 5b - 5b = 5a - 5a = 0$$

$$B = 5a - 5b = 5(a-b) \quad ; \quad A = 5b - 5a = 5(b-a) \quad (3)$$

$$A + B = (5b - 5a) + (5a - 5b) = 5b - 5a + 5a - 5b = (5b - 5b) + (5a - 5a) = 0 \quad (4)$$

تمرين عدد 18:

$$\begin{aligned} X &= -2(-2x+y) - 3(x-2y) = 4x-2y-3x+6y = (4x-3x) + (-2y+6y) = x+4y \\ Y &= 4(x-3y) - 3(x-5y) = 4x-12y-3x+15y = (4x-3x) + (-12y+15y) = x+3y \\ X &= -2(-2x+y) - 3(x-2y) = 4x-2y-3x+6y = (4x-3x) + (-2y+6y) = x+4y \\ Y &= 4(x-3y) - 3(x-5y) = 4x-12y-3x+15y = (4x-3x) + (-12y+15y) = x+3y \\ X &= x+4y = -1+4 \times 0 = -1+0 = -1 \\ Y &= x+3y = -1+3 \times 0 = -1+0 = -1 \end{aligned}$$

Collection pilote

3. الجمع و الطرح و الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

$$a(1-b) - b(1-a) = (-2) \times (1-0) - 0 \times [1 - (-2)] = (-2) \times 1 - 0 = (-2)$$

$$b = -1 \text{ و } a = -3$$

$$ab + 3a - 2b = (-3) \times (-1) + 3 \times (-3) - 2 \times (-1) = 3 + (-9) + 2 = (-4)$$

$$a(-2b+5a) = (-3) \times [(-2) \times (-1) + 5 \times (-3)] = (-3) \times [2 + (-15)] = (-3) \times (-13) = 39$$

$$a(1-b) - b(1-a) = (-3) \times [1 - (-1)] - (-1) \times [1 - (-3)] = (-3) \times (1+1) - (-1) \times (4-3) = -6 + 4 = -2$$

$$b = 1 \text{ و } a = 4 \quad (ج)$$

$$ab + 3a - 2b = 4 \times 1 + 3 \times 4 - 2 \times 1 = 4 + 12 - 2 = 14$$

$$a(-2b+5a) = 4 \times [(-2) \times 1 + 5 \times 4] = 4 \times [(-2) + 20] = 4 \times 18 = 72$$

$$a(1-b) - b(1-a) = 4 \times [1 - (-1)] - (-1) \times [1 - (-3)] = 4 \times (1+1) - (-1) \times (4-3) = 8 + 1 = 9$$

$$a = b = 0 \quad (د)$$

$$ab + 3a - 2b = 0 \times 0 + 3 \times 0 - 2 \times 0 = 0 + 0 - 0 = 0$$

$$a(-2b+5a) = 0 \times [(-2) \times 0 + 5 \times 0] = 0 \times [0+0] = 0$$

$$a(1-b) - b(1-a) = 0 \times [1 - (-1)] - (-1) \times [1 - (-3)] = 0 \times (1+1) - (-1) \times (4-3) = 0 + 1 = 1$$

$$a = -b = 1 \quad (هـ)$$

$$ab + 3a - 2b = 1 \times (-1) + 3 \times 1 - 2 \times (-1) = (-1) + 3 + 2 = 4$$

$$a(-2b+5a) = 1 \times [(-2) \times (-1) + 5 \times 1] = 1 \times [2+5] = 7$$

$$a(1-b) - b(1-a) = 1 \times [1 - (-1)] - (-1) \times [1 - (-1)] = 1 \times (1+1) - (-1) \times (1+1) = 2 - 0 = 2$$

تمرين عدد 11:

$$\begin{aligned} 14a + 7 &= 7 \times 2a + 7 = 7(2a+1) ; \quad -5b + 10 = -5b + 5 \times 2 = 5(-b+2) \\ -18a - 24 &= -6 \times 3a - 6 \times 4 = -6(3a+4) ; \quad ab + 2a = a(b+2) \\ -3b + 9ab &= -3b + 3a \times 3b = 3b(-1+3a) ; \quad -15ab - 5a = -5a \times 3b - 5a = -5a(3b+1) \\ 4-8a+6b &= 2 \times 2 - 2 \times 4a + 2 \times 3b = 2(2-4a+3b) ; \quad 3ab-a = a(3b-1) \end{aligned}$$

تمرين عدد 12:

$$\begin{aligned} x+2y+5x-y &= (x+5x) + (2y-y) = 6x+y \\ -4y+2x+3y-7x &= (-4y+3y) + (2x-7x) = -y-5x \\ -x-y-8x-6y &= (-x-8x) + (-y-6y) = -9x-7y \\ 17x-y-19x-y &= (17x-19x) + (-y-y) = -2x-2y \\ -20y-18x+x+5y-12x &= (-20y+5y) + (-18x+x-12x) = -15y-29x \\ \text{تمرين عدد 13:} &\text{ عدد الدرجات انطلاقا من الدرجة التي عليها رجل المطافئ إلى الأعلى: } 7 = 9 - 5 \text{ إذن عدد درجات السلم: } 13 = 1 - 7 \times 2. \end{aligned}$$

(4) $|X|=1$ يعني $X=1$ أو $X=-1$ وبما أن $1 \in A$ و $-1 \in A$ فإن $-1; 1 \in E$

ب/ $|X|=\frac{3}{5}$ يعني $X=\frac{3}{5}$ أو $X=-\frac{3}{5}$ وبما أن $\frac{3}{5} \in A$ و $-\frac{3}{5} \in A$ فإن $\frac{3}{5}; -\frac{3}{5} \in F$

ج/ $\frac{21}{5}; -\frac{3}{125}; 1; 0$

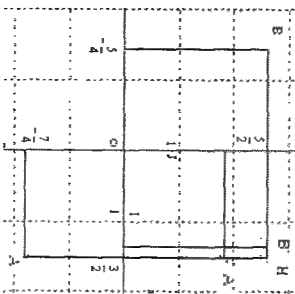
تبرير عدد 10: $A=\{x \in \mathbb{Z}; -\frac{11}{5} < x < \frac{13}{4}\} = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

$B=\{X \in \mathbb{Z}; X > -\frac{17}{4}\} = \{-4; -3; -2; -1; 0\}$ ، $C=\{X \in \mathbb{Q}; |X|=\frac{4}{3}\} = \{\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\}$

$D=\{X \in \mathbb{Z}; |X| < \frac{5}{2}\} = \{X \in \mathbb{Z}; -\frac{5}{2} < X < \frac{5}{2}\} = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$E=\{X \in \mathbb{N}; |X|=3\} = \{3\}$; $F=\{X \in \mathbb{D}; |X|=\frac{11}{3}\} = \emptyset$

تمرين عدد 11



(2) النقطة A' منظر النقطة A بالنسبة للمحور (O) هذا يعني أن فاصلة النقطة A' هي نفس فاصلة A وترتيبه A' هو معاكس ترتيبه A ولذا فإن فاصلة A' يساوي $\frac{3}{2}$ وترتيبها يساوي $\frac{7}{4}$ وبالتالي $A'(\frac{3}{2}; \frac{7}{4})$

(3) النقطة B' منظر النقطة B بالنسبة للمحور (O) هذا يعني أن فاصلة النقطة B' هي معاكس فاصلة B وترتيبه B' هو نفس ترتيبه B ولذا فإن فاصلة B' يساوي $\frac{5}{4}$ وترتيبها يساوي $\frac{5}{2}$ وبالتالي $B'(\frac{5}{4}; \frac{5}{2})$

(4) فاصلة النقاط المتجهة إلى المستقيم (AA') هي نفس فاصلة كل من النقطتين A و A' ويساوي $\frac{3}{2}$

(5) ترتيب النقاط المنتمية إلى المستقيم (BB') هي نفس ترتيب كل من النقطتين B و B' ويساوي $\frac{5}{2}$

(6) H هي نقطة تقاطع المستقيمين (AA') و (BB') هذا يعني أن فاصلة H هي نفس فاصلة النقطة A وترتيبها هي نفس ترتيبه B إذن $H(\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$

$$\frac{32}{20} = -\frac{8}{5} < -\frac{7}{4} \quad \frac{32}{20} > \frac{35}{20} \text{ يعني } \frac{32}{20} < -\frac{35}{20} \text{ إذن } -\frac{7}{4} < -\frac{8}{5}$$

تبرير عدد 6:

$$|0|=0 \quad ; \quad |(-5)|=5 \quad ; \quad |-\frac{6}{11}|=\frac{6}{11} \quad ; \quad |-\frac{7}{10}|=\frac{7}{10} \quad ; \quad |\frac{8}{9}|=\frac{8}{9}$$

يعني $\frac{3}{4} - x = \frac{3}{4} - x > 0$ لأن $\frac{3}{4} - x > 0$ لأن $\frac{15}{14} = \frac{5}{8} - a$; $|\frac{15}{14}| = \frac{15}{14}$; $|\frac{5}{8} - a| = \frac{5}{8} - a$; لأن $\frac{5}{8} - a < 0$; $a < \frac{5}{8}$; $b < \frac{4}{9}$

$$b - \frac{4}{9} < 0 \text{ يعني } b - \frac{4}{9} > 0 \text{ ولذا } -(b - \frac{4}{9}) = -b + \frac{4}{9} = \frac{4}{9} - b$$

$$\frac{1}{3} < y \text{ يعني } y - \frac{1}{3} < 0 \text{ يعني } y - \frac{1}{3} > 0 \text{ يعني } y - \frac{1}{3} > 0 \text{ يعني } y - \frac{1}{3} > 0 \text{ يعني } y - \frac{1}{3} > 0$$

تبرير عدد 7:

(1) صواب ، (2) صواب ، (3) خطأ ، (4) خطأ ، (5) خطأ ، (6) صواب ، (7) خطأ ، (8) خطأ

تبرير عدد 8:

$$A = \{\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\} \quad , \quad B = \{\frac{-1}{2}\} \quad , \quad C = \{\frac{5}{7}\} \quad , \quad D = \emptyset \quad , \quad E = \mathbb{Q} \quad , \quad F = \mathbb{Q}$$

تبرير عدد 9:

$$A = \{-\frac{5}{2}; 0; -1; \frac{99}{33}; -\frac{21}{280}; -\frac{3}{5}; \frac{75}{125}; \frac{5}{2}\} \quad (1) \quad -\frac{5}{2} < -1 < -\frac{3}{5} < 0 < \frac{21}{280} < \frac{75}{125} < -1 < \frac{5}{2} < \frac{99}{33}$$

$$A = B = \{-\frac{5}{2}; 0; -1; \frac{21}{280}; -\frac{3}{5}; \frac{75}{125}; \frac{5}{2}\} \quad (2) \quad \frac{21}{280} < -\frac{3}{5} < -1 < 0 < \frac{75}{125} < \frac{5}{2}$$

$$C = \{0; 1; \frac{99}{33}\} \quad \text{ب/}$$

$$D = \{0; -1; 1; \frac{99}{33}\} \quad \text{ج/}$$

$$A \cap N = C; \quad A \cap Z = D; \quad A \cap Q = A; \quad A \cap D = B \quad (3)$$

$$\frac{.03 \text{ } \mu\text{C}}{c(4) ; b(3) ; a(2) ; a(1)}$$

تقرین عدد 04:

$$X = \left(\frac{14}{9} - \frac{13}{19} \right) + \left(\frac{5}{3} + \frac{13}{19} \right) = \frac{14}{9} + \frac{5}{3} = \frac{14}{9} + \frac{15}{9} = \frac{29}{9}.$$

$$Y = \left(\frac{25}{13} + \frac{51}{17} \right) - \left(\frac{70}{26} + \frac{51}{17} \right) = \frac{25}{13} - \frac{70}{26} = \frac{25}{13} - \frac{35}{13} = \frac{-10}{13}.$$

$$Z = \left(\frac{28}{15} - \frac{73}{34} \right) - \left(\frac{12}{5} - \frac{73}{34} \right) = \frac{28}{15} - \frac{12}{5} = \frac{28}{15} - \frac{36}{15} = \frac{-8}{15}.$$

$$T = \frac{-37}{24} - \left(\frac{11}{24} + \frac{16}{13} \right) = \left(\frac{-37}{24} - \frac{11}{24} \right) - \frac{16}{13} = \frac{-48}{24} - \frac{16}{13} = -2 - \frac{16}{13} = \frac{-26}{13} - \frac{16}{13} = \frac{-42}{13}$$

$$W = \frac{-43}{18} - \left(\frac{11}{18} - \frac{23}{19} \right) = \left(\frac{-43}{18} - \frac{11}{18} \right) + \frac{23}{19} = \frac{-54}{18} + \frac{23}{19} = -3 + \frac{23}{19} = \frac{-57}{19} + \frac{23}{19} = \frac{-34}{19}$$

۵۱۶

$$X = 3a + 5b - 2a + 3b + a - b = (3a - 2a + a) + (5b + 3b - b) = 2a + 7b$$

$$Y = \frac{5}{2}a - \frac{4}{5}b + \frac{3}{4}a + 2b = \left(\frac{5}{2}a + \frac{3}{4}a\right) + \left(-\frac{4}{5}b + 2b\right) = \left(\frac{10}{4}a + \frac{3}{4}a\right) + \left(-\frac{4}{5}b + \frac{10}{5}b\right) = \frac{13}{4}a + \frac{6}{5}b$$

$$Z = -\frac{2}{3}b + \frac{3}{2}a - \frac{3}{2}b - \frac{7}{4}a + b + a = \left(-\frac{2}{3}b - \frac{3}{2}b + b\right) + \left(\frac{3}{2}a - \frac{7}{4}a + a\right) = \left(-\frac{10}{15}b - \frac{9}{15}b + \frac{15}{15}b\right) + \left(\frac{6}{4}a - \frac{7}{4}a + \frac{4}{4}a\right)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{10}{15} & \frac{9}{15} & \frac{15}{15} \end{pmatrix} b + \begin{pmatrix} \frac{6}{4} & \frac{7}{4} & \frac{4}{4} \end{pmatrix} a = \frac{-4}{15} b + \frac{3}{4} a$$

$$r = \frac{1}{2}a - \frac{5}{3}b - \frac{4}{7}a + \frac{5}{9}b - a - b = \left(\frac{1}{2}a - \frac{4}{7}a - a \right) + \left(\frac{5}{3}b + \frac{5}{9}b - b \right) = \left(\frac{7}{14}a - \frac{8}{14}a - \frac{14}{14}a \right) + \left(\frac{-15}{9}b + \frac{5}{9}b - \frac{9}{9}b \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 8 & 14 \\ 14 & 14 & 14 \end{pmatrix} a + \begin{pmatrix} -15 & 5 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix} b = \frac{-15}{14} a + \begin{pmatrix} -19 \\ 9 \end{pmatrix} b = \frac{-15}{14} a - \frac{19}{9} b$$

تبرين عدد 6 لدينا $a - b = \frac{-7}{2}$ و $b - a = \frac{7}{2}$

تمرین عدد 01:

$$\frac{-3}{7} + \frac{8}{14} = \frac{-6}{14} + \frac{8}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} \quad ; \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{3}{4} + \frac{10}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{9}{15} + \left(\frac{-7}{5} \right) = \frac{9}{15} + \left(\frac{-21}{15} \right) = \frac{9 + (-21)}{15} = \frac{-12}{15} = \frac{-4}{5}$$

$$\frac{11}{4} + \frac{9}{2} + \frac{15}{8} = \frac{22}{8} + \frac{36}{8} + \frac{15}{8} = \frac{22+36+15}{8} = \frac{73}{8}.$$

$$\frac{3}{40} + \left(\frac{-4}{5} \right) + \frac{7}{8} = \frac{3}{40} + \left(\frac{-32}{40} \right) + \frac{35}{40} = \frac{3 + (-32) + 35}{40} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}.$$

$$\left(\frac{-5}{9}\right) + \frac{5}{3} + \left(\frac{-4}{9}\right) = \left(\frac{-5}{9}\right) + \left(\frac{-4}{9}\right) + \frac{5}{3} = \frac{-9}{9} + \frac{5}{3} = -1 + \frac{5}{3} = \frac{-3}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{-2}{7}\right) + \left(\frac{-8}{14}\right) + \left(\frac{-9}{21}\right) = \left(\frac{-2}{7}\right) + \left(\frac{-4}{7}\right) + \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{(-2) + (-4) + (-3)}{7} = \frac{-9}{7}$$

تقریریں جلد ۰۲:

$$\begin{array}{r} 15 \quad 9 \quad 60 \quad 99 \quad 60-99 \quad -39 \\ \hline 11 \quad 4 \quad 44 \quad 44 \quad 44 \quad 44 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 14 \end{pmatrix} - \frac{11}{2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 14 \end{pmatrix} - \frac{77}{14} = \frac{-1-77}{14} = \frac{-78}{14} = \frac{-39}{7}.$$

$$\frac{35}{20} - \left(\frac{-5}{8} \right) = \frac{35}{20} + \frac{5}{8} = \frac{7}{4} + \frac{5}{8} = \frac{14}{8} + \frac{5}{8} = \frac{19}{8}$$

$$\begin{pmatrix} -43 \\ 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -23 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{-43}{36} + \frac{23}{12} = \frac{-43}{36} + \frac{69}{36} = \frac{-43+69}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

$$\frac{13}{4} - \frac{17}{2} - \frac{19}{8} = \frac{26}{8} - \frac{68}{8} - \frac{19}{8} = \frac{26-68-19}{8} = \frac{-61}{8}.$$

$$\frac{-25}{45} - \frac{1}{3} = \frac{-5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{-5}{9} - \frac{3}{9} = \frac{-5-3}{9} = \frac{-8}{9}$$

$$\frac{-5}{28} - \frac{31}{21} + \frac{28}{2} - \frac{5}{6} - \frac{31}{6} = \frac{4}{3} + \frac{5}{2} - \frac{31}{6} = \frac{8}{6} + \frac{15}{6} - \frac{31}{6} = \frac{8+15-31}{6} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$$

$$\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 20 \end{pmatrix} = \frac{-7}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{20} = \frac{-35}{20} + \frac{8}{20} + \frac{3}{20} = \frac{-35+8+3}{20} = \frac{-24}{20} = \frac{-6}{5}$$

$$x = \frac{-7}{3} + \frac{11}{5} = \frac{-35}{15} + \frac{33}{15} = \frac{-2}{15} \text{ يعني } x = \frac{-2}{15} \quad * \quad x = \frac{4}{3} - \frac{5}{2} = \frac{8}{6} - \frac{15}{6} = \frac{-7}{6} \text{ يعني } x = \frac{-7}{6} \quad *$$

$$x + \frac{2}{9} = \frac{22}{27} \text{ يعني } x = \frac{22}{27} - \frac{2}{9} = \frac{22}{27} - \frac{4}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3} \text{ يعني } x = \frac{2}{3} \quad *$$

$$x = \frac{22}{27} - \frac{2}{9} = \frac{22}{27} - \frac{4}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3} \text{ يعني } x = \frac{2}{3} \quad *$$

$$x + \frac{1}{5} = \frac{23}{15} + \frac{8}{15} = \frac{31}{15} \text{ يعني } x = \frac{31}{15} - \frac{1}{5} = \frac{31}{15} - \frac{3}{15} = \frac{28}{15} \text{ يعني } x = \frac{28}{15} \quad *$$

$$x = \frac{21}{5} - \frac{1}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ يعني } x = 4 \quad *$$

$$x = \frac{17}{8} - \frac{55}{16} = \frac{34}{16} - \frac{55}{16} = \frac{-21}{16} \text{ يعني } x = \frac{-21}{16} \quad *$$

$$\frac{7}{6} - \left(x - \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2} \text{ يعني } \frac{1}{2} - \left[\frac{7}{6} - \left(x - \frac{2}{3} \right) \right] = 0 \quad *$$

$$x = \frac{7}{6} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6} - \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \text{ يعني } x = \frac{4}{3} \quad *$$

تبرين عدد 9:

$$x = -\frac{1}{2} \text{ يعني } x + \frac{1}{2} = 0 \text{ يعني } \left| x + \frac{1}{2} \right| = 0 \quad *$$

$$x = \frac{7}{6} - \frac{10}{6} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2} \text{ يعني } x = \frac{-1}{2} \quad *$$

$$x = \frac{-7}{6} - \frac{10}{6} = \frac{-17}{6} \text{ يعني } x = \frac{-17}{6} \quad *$$

$$x - \frac{7}{5} = \frac{-3}{10} \text{ يعني } x = \frac{-3}{10} + \frac{7}{5} = \frac{-3}{10} + \frac{14}{10} = \frac{11}{10} \text{ يعني } x = \frac{11}{10} \quad *$$

$$x = \frac{-3}{10} + \frac{7}{5} = \frac{-3}{10} + \frac{14}{10} = \frac{11}{10} \text{ يعني } x = \frac{11}{10} \quad *$$

$$x = \frac{-5}{7} \text{ يعني } x = \frac{-5}{7} \quad *$$

$$x = \frac{-13}{30} \text{ يعني } x = \frac{-13}{30} \quad *$$

رياضيات الثالث - السنة الأولى

$$E = a + \frac{9}{4} - b = (a - b) + \frac{9}{4} = \frac{-7}{4} + \frac{9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad *$$

$$F = \left(a - \frac{11}{8} \right) + \left(\frac{3}{2} - b \right) = a - \frac{11}{8} + \frac{3}{2} - b = (a - b) + \left(\frac{-11}{8} + \frac{3}{2} \right) = \frac{-7}{8} + \frac{12}{8} = \frac{5}{8} \text{ يعني } F = \frac{5}{8} \quad *$$

$$G = a - \left(\frac{13}{20} + b \right) = a - \frac{13}{20} - b = (a - b) - \frac{13}{20} = \frac{13}{20} - \frac{13}{20} = 0 \text{ يعني } G = 0 \quad *$$

$$H = \left(b - \frac{9}{8} \right) - \left(a - \frac{5}{16} \right) = b - \frac{9}{8} - a + \frac{5}{16} = (b - a) - \frac{9}{8} + \frac{5}{16} = \frac{7}{8} - \frac{9}{8} + \frac{5}{16} = \frac{14}{16} - \frac{18}{16} + \frac{5}{16} = \frac{1}{16} \text{ يعني } H = \frac{1}{16} \quad *$$

تبرين عدد 7:

$$B = |a + b| - |a - b| + ||a| - |b||$$

$$a = \frac{1}{8} \text{ و } b = \frac{5}{8}$$

$$B = \left| \frac{1}{8} + \frac{5}{8} \right| - \left| \frac{1}{8} - \frac{5}{8} \right| + \left| \left| \frac{1}{8} \right| - \left| \frac{5}{8} \right| \right| = \left| \frac{6}{8} \right| - \left| \frac{-4}{8} \right| + \left| \frac{4}{8} - \frac{5}{8} \right| = \frac{6}{8} - \frac{4}{8} + \left| \frac{-1}{8} \right| = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \quad *$$

$$a = -\frac{3}{7} \text{ و } b = \frac{11}{14}$$

$$B = \left| \frac{-3}{7} + \frac{11}{14} \right| - \left| \frac{-3}{7} - \frac{11}{14} \right| + \left| \left| \frac{-3}{7} \right| - \left| \frac{11}{14} \right| \right| = \left| \frac{-6}{14} + \frac{11}{14} \right| - \left| \frac{-6}{14} - \frac{11}{14} \right| + \left| \frac{3}{7} - \frac{11}{14} \right| = \left| \frac{5}{14} \right| - \left| \frac{-17}{14} \right| + \left| \frac{5}{14} - \frac{11}{14} \right| = \frac{5}{14} - \frac{17}{14} + \left| \frac{-6}{14} \right| = \frac{5}{14} - \frac{17}{14} + \frac{6}{14} = \frac{-6}{14} = \frac{-3}{7} \quad *$$

$$B = \left| \frac{13}{8} + \left(\frac{-9}{32} \right) \right| - \left| \frac{13}{8} - \left(\frac{-9}{32} \right) \right| + \left| \left| \frac{13}{8} \right| - \left| \frac{9}{32} \right| \right| = \left| \frac{13}{8} - \frac{9}{32} \right| - \left| \frac{13}{8} + \frac{9}{32} \right| + \left| \frac{13}{8} - \frac{9}{32} \right| = \frac{43}{32} - \frac{61}{32} + \frac{43}{32} = \frac{25}{32} \quad *$$

$$B = \left| \frac{52}{32} - \frac{9}{32} \right| - \left| \frac{52}{32} + \frac{9}{32} \right| + \left| \left| \frac{52}{32} \right| - \left| \frac{9}{32} \right| \right| = \left| \frac{43}{32} \right| - \left| \frac{61}{32} \right| + \left| \frac{43}{32} - \frac{9}{32} \right| = \frac{43}{32} - \frac{61}{32} + \frac{34}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad *$$

$$B = \left| \frac{52}{32} - \frac{9}{32} \right| - \left| \frac{52}{32} + \frac{9}{32} \right| + \left| \left| \frac{52}{32} \right| - \left| \frac{9}{32} \right| \right| = \left| \frac{43}{32} \right| - \left| \frac{61}{32} \right| + \left| \frac{43}{32} - \frac{9}{32} \right| = \frac{43}{32} - \frac{61}{32} + \frac{34}{32} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \quad *$$

$$a = -\frac{2}{3} \text{ و } b = -\frac{1}{6}$$

$$B = \left| \left(\frac{-2}{3} \right) + \left(\frac{-1}{6} \right) \right| - \left| \left(\frac{-2}{3} \right) - \left(\frac{-1}{6} \right) \right| + \left| \left| \frac{-2}{3} \right| - \left| \frac{-1}{6} \right| \right| = \left| \frac{-4}{6} - \frac{1}{6} \right| - \left| \frac{-4}{6} + \frac{1}{6} \right| + \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right| = \left| \frac{-5}{6} \right| - \left| \frac{-3}{6} \right| + \left| \frac{4}{6} - \frac{1}{6} \right| = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \quad *$$

$$B = \left| \frac{-4}{6} - \frac{1}{6} \right| - \left| \frac{-4}{6} + \frac{1}{6} \right| + \left| \left| \frac{-4}{6} \right| - \left| \frac{-1}{6} \right| \right| = \left| \frac{-5}{6} \right| - \left| \frac{-3}{6} \right| + \left| \frac{4}{6} - \frac{1}{6} \right| = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \quad *$$

تبرين عدد 8:

رياضيات الثالث - السنة الأولى

يعني $X < Y$ يعني $X - Y < 0$

تبرين عدد 11:

$$A = (a-c) - [-(b-c)] - b + c = a - c - [-b + c] - b + c = a - c - b + c + b - c + c = a - c$$

$$B = -(a-b) - (-a+c+b) + b = -a + b + a - c - b + b = b - c$$

$$A - B = (a-c) - (b-c) = a - b$$

$$A < B \text{ بما أن } A - B = a - b < 0 \text{ فإن } a - b < 0 \text{ هذا يعني أن } A < B$$

$$F = (x-y) - \left[\frac{7}{5} + |y| \right] - \frac{2}{15}$$

تبرين عدد 12:

$$y = \frac{2}{5} \quad \text{و} \quad x = -\frac{4}{3}$$

$$F = (x-y) - \left(\frac{7}{5} + |y| \right) - \frac{2}{15} = \left(-\frac{4}{3} - \frac{2}{5} \right) - \left(\frac{7}{5} + \frac{2}{5} \right) - \frac{2}{15}$$

$$= \left(-\frac{20}{15} - \frac{6}{15} \right) - \left(\frac{7}{5} + \frac{2}{5} \right) - \frac{2}{15} = \frac{-26}{15} - \frac{9}{5} - \frac{2}{15} = \frac{-26}{15} - \frac{27}{15} - \frac{2}{15} = \frac{-55}{15} = \frac{-11}{3}$$

إذاً $x \in \mathbb{Q}$ فإن $y \in \mathbb{Q}$ و $|y|$ و $|x|$ ينتميان إلى \mathbb{Q} .

$$F = (x-y) - \left(\frac{7}{5} + (-y) \right) - \frac{2}{15} = (x-y) - \left(\frac{7}{5} - y \right) - \frac{2}{15} = x - y - \frac{7}{5} + y - \frac{2}{15} = x - \frac{7}{5} - \frac{2}{15} = x - \frac{23}{15}$$

$$x = \frac{-165}{30} + \frac{46}{30} = \frac{-119}{30} \text{ يعني } x = \frac{-11}{2} + \frac{23}{15} \text{ يعني } F = x - \frac{23}{15} = -\frac{11}{2} - \frac{23}{15} = -\frac{11}{2}$$

العدد الكسري الذي يمثل الوقت الذي

تبرين عدد 13:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} + \frac{2}{12} = \frac{13}{12}$$

استغرقه البحث:

إن تجاوزت أوقات المدة لإجراء البحث. بما أن:

$$\frac{13}{12} > 1$$

تبرين عدد 14:

$$AB = \left| -\frac{11}{5} - \frac{4}{5} \right| = \left| -\frac{15}{5} \right| = |-3| = 3$$

وحدة القيس هي OI.

$$\left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{7}{6} \text{ يعني } \left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{8}{6} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \text{ يعني } \left| x - \frac{4}{5} \right| = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{-7}{6} + \frac{4}{5} = \frac{-35}{30} + \frac{24}{30} = \frac{-11}{30} \text{ أو } x = \frac{7}{6} + \frac{4}{5} = \frac{35}{30} + \frac{24}{30} = \frac{59}{30}$$

$$x + \frac{1}{5} = -\frac{17}{20} \text{ أو } x + \frac{1}{5} = \frac{17}{20} \text{ يعني } \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{17}{20} \text{ يعني } \left| x + \frac{1}{5} \right| = \frac{9}{10} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{-17}{20} - \frac{1}{5} = \frac{-17}{20} - \frac{4}{20} = \frac{-21}{20} \text{ أو } x = \frac{17}{20} - \frac{1}{5} = \frac{17}{20} - \frac{4}{20} = \frac{13}{20}$$

تبرين عدد 10:

$$b - a = \frac{4}{3} \text{ يعني } a - b = -\frac{4}{3}$$

$$Y = b + \frac{4}{3} \text{ و } X = a + \frac{5}{6}$$

$$X - Y = \left(a + \frac{5}{6} \right) - \left(b + \frac{4}{3} \right) = a + \frac{5}{6} - b - \frac{4}{3} = (a - b) + \frac{5}{6} - \frac{8}{6} = \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

يعني $X - Y < 0$ يعني $X < Y$

$$Y = \frac{11}{3} - a \text{ و } X = \frac{7}{12} - b$$

$$X - Y = \left(\frac{7}{12} - b \right) - \left(\frac{11}{3} - a \right) = \frac{7}{12} - b - \frac{11}{3} + a = (a - b) + \frac{7}{12} - \frac{44}{12} = \frac{7}{12} - \frac{37}{12} = \frac{-30}{12} = \frac{-5}{2} < 0$$

يعني $X - Y < 0$ يعني $X < Y$

$$Y = \frac{13}{6} + a \text{ و } X = \frac{1}{2} + b$$

$$X - Y = \left(\frac{1}{2} + b \right) - \left(\frac{13}{6} + a \right) = \frac{1}{2} + b - \frac{13}{6} - a = (b - a) + \frac{1}{2} - \frac{13}{6} = \frac{3}{6} - \frac{13}{6} = \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3} < 0$$

يعني $X - Y > 0$ يعني $X > Y$

$$Y = \frac{8}{5} - b \text{ و } X = -\frac{17}{15} - a$$

$$X - Y = \left(-\frac{17}{15} - a \right) - \left(\frac{8}{5} - b \right) = -\frac{17}{15} - a - \frac{8}{5} + b = (b - a) - \frac{17}{15} - \frac{24}{15} = \frac{b - a}{15} - \frac{41}{15}$$

$$A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \quad (ب)$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9} \right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$ج) \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1000 \times 1001} + \frac{1}{1001 \times 1002}$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{1001} \right) + \left(\frac{1}{1001} - \frac{1}{1002} \right) = 1 - \frac{1}{1002} = \frac{1001}{1002}$$

تبرير عدد 17:

$$محيط المربع: 4 \times 9 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\frac{36}{3} = 12 \text{ cm} \quad \text{صالح المثلث:}$$

$$\frac{36 - (2 \times 12)}{2} = 6 \text{ cm} \quad \text{إذن البعد الممثل بنقطة الإسقاط هو: 6 cm}$$

تبرير عدد 18:

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} \right) = 1 - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$$

1- العدد الكسري الذي يمثل المبلغ الباقي:

$$\frac{1}{4} = \frac{15}{60} > \frac{13}{60}$$

تبرير عدد 19:

				1
			$\frac{5}{4}$	$\frac{-1}{4}$
	-1		$\frac{9}{4}$	$\frac{-5}{2}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{-5}{2}$	$\frac{19}{4}$	$\frac{-29}{4}$	

تبرير عدد 20:

$$\frac{1}{4}$$

$$; BC = \left| 3,4 - \left(-\frac{11}{5} \right) \right| = \left| 3,4 + \frac{11}{5} \right| = \left| 3,4 + 2,2 \right| = \left| 5,6 \right| = 5,6$$

$$DC = |3,4 - (-4,2)| = |3,4 + 4,2| = |7,6| = 7,6$$

$$AE = \left| -\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \right| = \left| -\frac{11}{5} \right| = \frac{11}{5} = 2,2 ; ED = \left| -4,2 - \left(-\frac{7}{5} \right) \right| = \left| -4,2 + \frac{7}{5} \right| = \left| -4,2 + 1,4 \right| = \left| -2,8 \right| = 2,8$$

3) نعتبر x_M فاصلة النقطة M و x_B فاصلة B

$$أو \quad x_M + \frac{11}{5} = \frac{12}{5} \quad \text{يعني} \quad \left| x_M + \frac{11}{5} \right| = \frac{12}{5} \quad \text{يعني} \quad \left| x_M - \left(-\frac{11}{5} \right) \right| = \frac{12}{5} \quad \text{يعني} \quad |x_M - x_B| = \frac{12}{5} \quad \text{يعني} \quad BM = \frac{12}{5}$$

$$x_M = -\frac{12}{5} - \frac{11}{5} = -\frac{23}{5} \quad أو \quad x_M = \frac{12}{5} - \frac{11}{5} = \frac{1}{5} \quad \text{يعني} \quad x_M + \frac{11}{5} = -\frac{12}{5}$$

$$\left| x_N - \left(-\frac{7}{5} \right) \right| = \frac{9}{5} \quad \text{يعني} \quad |x_N - x_E| = \frac{9}{5} \quad \text{يعني} \quad EN = \frac{9}{5} ; E \text{ فاصلة النقطة } E \text{ و } x_E \text{ فاصلة النقطة } N \text{ و } x_N \text{ فاصلة النقطة } N$$

$$يعني \quad \frac{-9}{5} - \frac{7}{5} = -\frac{16}{5} \quad أو \quad x_N = \frac{9}{5} - \frac{7}{5} = \frac{2}{5} \quad \text{يعني} \quad x_N + \frac{7}{5} = \frac{9}{5} \quad أو \quad x_N + \frac{7}{5} = \frac{9}{5} \quad \text{يعني} \quad \left| x_N + \frac{7}{5} \right| = \frac{9}{5}$$

تبرير عدد 15:

$$\frac{1}{30} \quad \frac{1}{15} = \frac{2}{30} \quad \frac{1}{10} = \frac{3}{30} \quad \frac{1}{6} = \frac{5}{30} \quad \frac{1}{3} = \frac{10}{30} \quad \frac{1}{2} = \frac{15}{30} \quad \frac{1}{15} = \frac{2}{30} \quad \frac{1}{10} = \frac{3}{30} \quad \frac{1}{6} = \frac{5}{30} \quad \frac{1}{3} = \frac{10}{30} \quad \frac{1}{2} = \frac{15}{30}$$

$$\frac{1}{6} \rightarrow b \rightarrow \frac{1}{6} - \frac{1}{15} = \frac{3}{30}$$

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{(x+2) - (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} \quad (1: 16) \quad \text{تبرير عدد 16:}$$

$$A = \frac{1}{100 \times 101} + \frac{1}{101 \times 102} + \frac{1}{102 \times 103} + \frac{1}{103 \times 104} + \frac{1}{104 \times 105} + \frac{1}{105 \times 106} + \frac{1}{106 \times 107} \quad (2)$$

$$= \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) + \left(\frac{1}{101} - \frac{1}{102} \right) + \left(\frac{1}{102} - \frac{1}{103} \right) + \left(\frac{1}{103} - \frac{1}{104} \right) + \left(\frac{1}{104} - \frac{1}{105} \right) + \left(\frac{1}{105} - \frac{1}{106} \right) + \left(\frac{1}{106} - \frac{1}{107} \right)$$

$$= \frac{1}{100} - \frac{1}{107} = \frac{107 - 100}{100 \times 107} = \frac{7}{10700}$$

$$B = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{97 \times 98} + \frac{1}{98 \times 99} \quad (3)$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{98} \right) + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{15}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left[\left(\frac{-6}{5}\right) \times \left(\frac{-4}{15}\right)\right] = \left[\left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-6}{5}\right)\right] \times \left(\frac{-4}{15}\right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{-4}{15}\right) = \frac{-8}{75}$$

$$\frac{11}{4} \times \frac{8}{9} = \left(\frac{11}{8} \times \frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{8}{33} \times \frac{9}{2}\right) = \left(\frac{11}{8} \times \frac{8}{33}\right) \times \left(\frac{4}{3} \times \frac{9}{2}\right) = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

$$\frac{-3}{4} \times \frac{-8}{5} = \left(-3\right) \times \frac{5}{4} \times \left[\left(\frac{-8}{15}\right) \times \frac{1}{3}\right] = \left(-3\right) \times \frac{1}{3} \times \left[5 \times \left(\frac{-8}{15}\right)\right] = (-1) \times \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-3}{21} \times \frac{7}{-2} = \left[\left(\frac{-3}{14}\right) \times \frac{4}{3}\right] \times \left[\left(\frac{-3}{14}\right) \times \frac{4}{3}\right] \times \left[\frac{7}{3} \times \left(\frac{-3}{2}\right)\right] = \left(\frac{-2}{7}\right) \times \left(\frac{-7}{2}\right) = 1$$

$$\frac{5}{-4} \times \frac{-14}{-1} = \left[\frac{5}{7} \times \left(\frac{1}{-4}\right)\right] \times \left[\left(-\frac{14}{15}\right) \times (-8)\right] = \left[\frac{5}{7} \times \left(\frac{-14}{15}\right)\right] \times \left[\left(\frac{1}{-4}\right) \times (-8)\right] = \left(\frac{-2}{3}\right) \times 2 = -\frac{4}{3}$$

تمرين عد 05:

$$A = \frac{-3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{-3}{4} \times \frac{10}{4} = \frac{7}{10} \times \frac{10}{11} = \frac{7}{11} \quad ; \quad B = \left(\frac{-6}{23}\right) \times \left(\frac{-17}{9}\right) = \frac{34}{69} \times \frac{34}{69} = \frac{34}{69} \times \left(\frac{-6}{22}\right) = \frac{-34}{253}$$

$$C = \frac{4}{-4} \times \frac{5}{11} = \frac{4}{33} \times \frac{11}{33} = \frac{-1}{3} \times \left(\frac{-21}{4}\right) = \frac{7}{4} \quad D = \frac{-5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{-20}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{-15}{8} \times \frac{15}{8} = \frac{-15}{8}$$

$$E = \frac{-3}{4} \times \frac{5}{-8} = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{7}{4}\right) = \left(\frac{5}{2} \times \left(\frac{-9}{8}\right)\right) - \frac{1}{2} = \frac{-21}{8} + \left(\frac{-45}{16}\right) = \frac{-42}{16} - \frac{45}{16} = \frac{-87}{16}$$

$$F = \frac{1}{-2} \times \frac{-5}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{10} = \frac{2}{-10} \times \frac{2}{4} = \frac{-2}{10} = \frac{-1}{5} \quad \left[\left(\frac{3}{6}\right) \times \left(\frac{-5}{6}\right)\right] - \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{-5}{2}\right)\right] = \frac{3}{-10} - \frac{5}{-10} = \frac{2}{-10} = \frac{-1}{5}$$

$$\frac{5}{12} \times \left(\frac{-5}{4}\right) = \frac{3}{10} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{10} = \frac{20}{120} \times \frac{3}{30} = \frac{50}{300} \times \frac{9}{30} = \frac{45}{300} = \frac{3}{20}$$

a (3) ; a (2) ; b (1)

تمرين عد 01:

تمرين عد 02:

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \left(\frac{4}{7} \times \frac{14}{2}\right) \times \frac{5}{3} = \left(\frac{4}{7} \times 7\right) \times \frac{5}{3} = 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$$

$$\frac{15}{4} \times \left(\frac{-19}{13}\right) = \left(\frac{15}{4} \times \frac{4}{15}\right) \times \left(\frac{-19}{13}\right) = 1 \times \left(\frac{-19}{13}\right) = \frac{-19}{13}$$

$$\left(\frac{-21}{8}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{4}{3} \times \left(\frac{-21}{8} \times \frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = \left(\frac{-7}{2}\right) \times \left(\frac{-2}{7}\right) = 1$$

$$\frac{18}{11} \times (-0.4) \times \left(\frac{-11}{18}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right) = \left[\frac{18}{11} \times \left(\frac{-11}{18}\right)\right] \times \left[(-0.4) \times \left(\frac{-1}{4}\right)\right] = (-1) \times \left[\left(\frac{-4}{10}\right) \times \left(\frac{-1}{4}\right)\right] = (-1) \times \frac{1}{10} = -\frac{1}{10}$$

$$\frac{23}{9} \times \left(\frac{-3}{46}\right) \times (-6) = \left[\frac{23}{9} \times \left(\frac{-3}{46}\right)\right] \times (-6) = \frac{-1}{6} \times (-6) = 1$$

$$\left(\frac{-33}{5}\right) \times \frac{10}{11} \times \left(\frac{-7}{6}\right) = \left[\left(\frac{-33}{5}\right) \times \frac{10}{11}\right] \times \left(\frac{-7}{6}\right) = (-6) \times \left(\frac{-7}{6}\right) = 7$$

$$\left(\frac{-1}{12}\right) \times \left(\frac{-24}{17}\right) \times (-34) = \left[\left(\frac{-1}{12}\right) \times \left(\frac{-24}{17}\right)\right] \times (-34) = \left(\frac{-2}{17}\right) \times (-34) = 4$$

تمرين عد 03:

$$\left(\frac{-3}{5}\right) \times \left[\frac{35}{9} \times \left(\frac{-5}{3}\right)\right] = \left(\frac{-3}{5}\right) \times \frac{35}{9} \times \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{-7}{3} \times 1 = -\frac{7}{3} + \frac{3}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$\left(-\frac{19}{7}\right) \times 19 + \left(\frac{-19}{7}\right) \times (-9) = \left(\frac{-19}{7}\right) \times [19 + (-9)] = \left(\frac{-19}{7}\right) \times [19 - 9] = \left(\frac{-19}{7}\right) \times 10 = \frac{-190}{7}$$

$$\left(\frac{-13}{4}\right) \times \left[\left(\frac{-4}{13}\right) - \frac{8}{39}\right] = \left(\frac{-13}{4}\right) \times \left[\left(\frac{-4}{13}\right) - \left(\frac{-13}{4}\right) \times \frac{8}{39}\right] = 1 - \left(\frac{-2}{3}\right) = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\left(\frac{-15}{8}\right) \times 11 - \left(\frac{-15}{8}\right) \times 21 = \left(\frac{-15}{8}\right) \times [11 - 21] = \left(\frac{-15}{8}\right) \times (-10) = \frac{150}{8} = \frac{75}{4}$$

$$\left(\frac{-1}{3}\right) \times \left[\left(\frac{-3}{7}\right) - 6\right] = \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left[\left(\frac{-3}{7}\right) - \left(\frac{-1}{3}\right) \times 6\right] = \frac{1}{3} - (-2) = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3} + \frac{14}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\left(\frac{-13}{21}\right) \times \left(\frac{-14}{5}\right) + \left(\frac{-13}{21}\right) \times \frac{4}{5} = \left(\frac{-13}{21}\right) \times \left[\left(\frac{-14}{5}\right) + \frac{4}{5}\right] = \left(\frac{-13}{21}\right) \times \left(\frac{-10}{5}\right) = \left(\frac{-13}{21}\right) \times (-2) = \frac{26}{21}$$

تمرين عد 04:

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{3} = \left(\frac{3}{2} \times \frac{7}{5}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{21}{10} \times \frac{4}{3} = \frac{14}{5} \quad ; \quad \left(\frac{-7}{3}\right) \times \frac{6}{7} = \left(\frac{-7}{3}\right) \times \left(\frac{6}{7} \times 2\right) = \left(\frac{-7}{3}\right) \times \left(\frac{12}{7}\right) = -4$$

$$\frac{-25}{7} \times \left(\frac{-9}{5}\right) = \left(\frac{-25}{3} \times 15\right) \times \left(\frac{-9}{5}\right) = (-25) \times 5 \times \left(\frac{-9}{5}\right) = 225$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

$$x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad x = \frac{17}{5} = \frac{-2}{5} \quad * \quad 5x = 5 + 12 = 17 \quad \text{يعني} \quad 5 - 5x = -12 \quad \text{يعني} \quad 5(1-x) = -2 \times 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{1-x}{6} = \frac{-2}{5}$$

تبرين عدد 11:

$$A = \frac{5x+8y}{3x-2y} = \frac{5 \times \frac{20}{3} + 8y}{(4-2)y} = \frac{\frac{100}{3} + 8y}{2y} = \frac{100}{6y} + 4 = \frac{100}{6 \times \frac{4}{3}} + 4 = \frac{100}{8} + 4 = 12.5 + 4 = 16.5$$

تبرين عدد 12:

$$P = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

تبرين عدد 13:

$$A = \frac{(-2) \times a \times \left(\frac{-4}{3}\right) \times b \times c}{a \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times b \times (-4)} = \frac{8}{3} \times c = \frac{8}{3} \times c = 2c$$

تبرين عدد 06:

$$E = \frac{3(x+y) - 2z}{5(3-2z)} = \frac{(x+y)(3-2z)}{5(3-2z)} = \frac{x+y}{5}$$

$$F = \frac{10y(x-z) - 15(x-z)}{(x+y)(2y-3)} = \frac{(x-z)(10y-15)}{(x+y)(2y-3)} = \frac{(x-z) \times 5 \times (2y-3)}{(x+y)(2y-3)} = \frac{5(x-z)}{x+y}$$

$$E \times F = \left(\frac{x+y}{5}\right) \times \left(\frac{5}{x+y}\right) = \frac{x+y}{x+y} \times \frac{5}{5} = 1$$

بما أن $E \times F = 1$ فإن E مقلوب F .

تبرين عدد 07:

$$\frac{a+b}{a^2-b^2} \times \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a^2-ab-b^2}{a^2-b^2} = 1$$

تبرين عدد 08:

$$A = 2x \left(\frac{1}{2}y - z\right) - y \left(x + \frac{2}{3}\right) + 2xy = 2x \times \frac{1}{2}y - 2xz - yx - y \times \frac{2}{3} + 2xz = xy - 2xz - xy - \frac{2}{3}y + 2xz = -\frac{2}{3}y$$

$$B = -y \left(\frac{5}{3} + x\right) + z(x-y) - x(z-y) + zy = -\frac{5}{3}y - xy + xz - yz - xz + xy + zy = -\frac{5}{3}y$$

$$C = \left(x + \frac{4}{3}\right) \left(y - \frac{1}{2}\right) - x \left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} = xy - \frac{1}{2}x + \frac{4}{3}y - \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = xy - x + \frac{4}{3}y - \frac{2}{3}$$

$$D = \frac{-7}{5}x(y-z) + xy \left(\frac{7}{5} + z\right) - xyz = \frac{-7}{5}xy + \frac{7}{5}xz + \frac{7}{5}xy + xyz - xyz = \frac{7}{5}xz$$

$$X = -\frac{1}{2}ab + 2b \left(-\frac{1}{2}a + 2\right) : Y = \frac{3}{2}(a+1) - b(a+1) = (a+1) \left(\frac{3}{2} - b\right)$$

تبرين عدد 09:

$$Z = (b-1)(a+1) + (b-1)(1-a) - b(b-1) = (a+1) + (1-a) - b = (a+1) + 1 - a - b = (b-1)(2-b)$$

تبرين عدد 10:

$$x = 1 - 3 = -2 \quad \text{يعني} \quad x + 3 = 1 \quad \text{يعني} \quad \frac{x+3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{11}{2} \quad \text{يعني} \quad 2x = 11 \quad \text{يعني} \quad 2x - 8 = 3 \quad \text{يعني} \quad 2(x-4) = 3 \quad \text{يعني} \quad \frac{x-4}{3} = \frac{3}{2}$$

تمرين عدد 01:

$$(-1)^{32} = 1 ; \left(\frac{-1}{3}\right)^3 = \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-1}{27} ; \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

$$0^{98} = 0 ; \left(\frac{-313}{147}\right)^0 = 1 ; \left(\frac{-141}{523}\right)^1 = \frac{-141}{523} ; (-1)^{15} \times (-15,24)^0 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^4 = (-1) \times 1 \times \frac{1}{16} = \frac{-1}{16}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 \times (-1)^{10} \times \left(\frac{-93}{5}\right)^0 = \frac{25}{4} \times 1 \times 1 = \frac{25}{4}$$

تمرين عدد 02:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{5}{2} \times \frac{-2}{3}\right)^3 = \left(\frac{-5}{3}\right)^3 ; \left(\frac{-3}{4}\right)^5 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^7 = \left(\frac{-3}{4}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{-2}{11}\right)^{13} = \left(\frac{-2}{11}\right)^{13-9} = \left(\frac{-2}{11}\right)^4 ; \left(\left(\frac{-1}{7}\right)^3\right)^2 = \left(\frac{-1}{7}\right)^{10}$$

$$\left(\frac{-2}{11}\right)^9 = \left(\frac{-2}{11}\right)^{13-9} = \left(\frac{-2}{11}\right)^4 ; \left(\frac{-1}{3}\right)^5 = \left(\frac{-1}{3}\right)^5 \left[\left(\frac{3}{3}\right)^5\right] = \left(\frac{-1}{3} \times \frac{7}{3}\right)^5 = \left(\frac{-7}{9}\right)^5$$

$$\left(\frac{-4}{9}\right)^3 = \left(\frac{-4}{9}\right)^{3-9} = \left(\frac{-4}{9}\right)^{-6} ; \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \left(\frac{3}{7}\right)^5 \left[\left(\frac{3}{3}\right)^5\right] = \left(\frac{3}{3} \times \frac{7}{3}\right)^5 = \left(\frac{7}{9}\right)^5$$

$$a(4) ; c(3) ; c(2) ; b(1)$$

تمرين عدد 03:

$$\left(\frac{8}{3}\right)^{-11} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^6 = \left(\frac{8}{3}\right)^{-11} \times \left(\frac{8}{3}\right)^6 = \left(\frac{8}{3}\right)^{-5} ; \left(\frac{-3}{11}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{11}\right)^{-7} = \left(\frac{-3}{11}\right)^{(-4)+(-7)} = \left(\frac{-3}{11}\right)^{-11}$$

تمرين عدد 04:

$$\left[\left(\frac{9}{2}\right)^{-4}\right]^{-3} = \left(\frac{9}{2}\right)^{(-4) \times (-3)} = \left(\frac{9}{2}\right)^{12} ; \left[\left(\frac{-7}{5}\right)^3\right]^{-3} = \left(\frac{-7}{5}\right)^{3 \times (-3)} = \left(\frac{-7}{5}\right)^{-9}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^6 = \left(\frac{-1}{5}\right)^{6 \times (-7)} = \left(\frac{-1}{5}\right)^{-42} ; \left(\frac{8}{13}\right)^{-2} = \left(\frac{8}{13}\right)^{-2 \times 5} = \left(\frac{8}{13}\right)^{-10} ; \left(\frac{-11}{6}\right)^{-1} = \left(\frac{-11}{6}\right)^{-1 \times (-8)} = \left(\frac{-11}{6}\right)^8$$

$$\left(\frac{-1}{5}\right)^{-7} = \left(\frac{-1}{5}\right)^{-7 \times 13} = \left(\frac{-1}{5}\right)^{-91} ; \left(\frac{8}{13}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{13}\right)^{-3 \times 5} = \left(\frac{8}{13}\right)^{-15} ; \left(\frac{-11}{6}\right)^{-10} = \left(\frac{-11}{6}\right)^{-10 \times 8} = \left(\frac{-11}{6}\right)^{-80}$$

$$\left(\frac{-3}{17}\right)^{-35} \times \left(\frac{-17}{3}\right)^{-15} = \left(\frac{-3}{17}\right)^{-35} \times \left(\frac{-17}{3}\right)^{-15} = 1^{-35} = 1 ; \left(\frac{-2}{3}\right)^{41} \times \left(\frac{-3}{2}\right)^{41} = \left(\frac{-2}{3} \times \frac{-3}{2}\right)^{41} = 1^{41} = 1$$

$$\frac{xy}{x+y} \times \frac{1}{x} = \frac{xy}{x+y} \times \frac{1}{x} = \frac{y}{x+y} ; \frac{1}{x} \times \frac{y}{x+y} = \frac{1}{x} \times \frac{y}{x+y} = \frac{y}{x+y}$$

$$\frac{1}{x} \times \left(\frac{1}{3y}\right) = \frac{1}{x} \times \frac{1}{3y} = \frac{1}{3xy} ; \frac{1}{x} \times \frac{6y}{x} = \frac{1}{x} \times \frac{6y}{x} = \frac{6y}{x^2}$$

$$\frac{9}{2} \times \frac{5}{16} = \frac{9 \times 5}{2 \times 16} = \frac{45}{32} ; \frac{1}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{20 \times 4} = \frac{3}{80} ; \frac{15}{8} \times \frac{9}{5} = \frac{15 \times 9}{8 \times 5} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{10}{45} = \frac{3 \times 10}{10 \times 45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} ; \frac{1}{45} \times \frac{10}{4} = \frac{1 \times 10}{45 \times 4} = \frac{10}{180} = \frac{1}{18} ; \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 8} = \frac{1}{32}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times \frac{a^{10}}{a^{11}} \times \frac{b^5}{b^4} = \left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times a^{10-11} \times b^{5-4} = \left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times a^{-1} \times b = \left(\frac{-2}{3}\right) \times a^{-1} \times b = \frac{-2}{3} \times \frac{b}{a} \\
 &= \left(\frac{-2}{3}\right)^7 \times (ba^{-2})^3 = \left(\frac{-2}{3}\right)^7 \times b^3 \times a^{-6} = \left(\frac{-1}{2}\right)^7 \times a^7 \times b^3 \times a^{-6} \\
 &= \frac{1}{4} \times (ab^{-1})^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times a^2 \times b^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times a^2 \times b^{-2} \\
 &= \left(\frac{-1}{2}\right)^7 \times \frac{a^7 \times a^{-6}}{a^2} \times \frac{b^3}{b^{-2}} = \left(\frac{-1}{2}\right)^7 \times \frac{a}{a^2} \times b^{3-(-2)} \\
 &= \left(\frac{-1}{2}\right)^{7+2} \times a^{-1-2} \times b^{3+2} = \left(\frac{-1}{2}\right)^9 \times a^{-3} \times b^5 = \left(\frac{-1}{32}\right) \times \frac{1}{a} \times b^5 = \left(\frac{-1}{32}\right) \times \frac{b^5}{a} \\
 &= \frac{-1}{3} a^2 b^{-5} \times \left(\frac{1}{3} ab^{-2}\right)^{-4} = \frac{-1}{3} a^2 \times b^{-5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \times a^{-4} \times (b^{-2})^{-4} = \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right)^{-4} \times a^2 \times a^{-4} \times b^{-5} \times b^8 \\
 &= \frac{-1}{27} \times (a^{-1} b^{-2})^{-3} = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 \times (a^{-1})^{-3} \times (b^{-2})^{-3} = \left(\frac{-1}{3}\right)^3 \times a^3 \times b^6 \\
 &= \left(\frac{-1}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}\right)^{-4} \times \frac{a^2 \times a^{-4}}{a^3} \times \frac{b^{-5} \times b^8}{b^6} = \left(\frac{-1}{3}\right)^{-3} \times \frac{a^{-2}}{a^3} \times \frac{b^3}{b^6} \\
 &= \left(\frac{-1}{3}\right)^{-3} \times a^{-2-3} \times b^{3-6} = \left(\frac{-1}{3}\right)^{-6} \times a^{-5} \times b^{-3} \\
 &= \left(-\frac{1}{3}\right)^{-6+3} \times a^{-2+3} \times b^{3-6} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} \times a^{-5} \times b^{-3}
 \end{aligned}$$

تمرين عدد 08:

$$\begin{aligned}
 125,781 \times 10^8 &= 1,25781 \times 10^{10} ; \quad 3456,783 = 3,456783 \times 10^3 \\
 0,015493 \times 10^{-9} &= 1,5493 \times 10^{-2} \times 10^{-9} ; \quad 0,0000912 \times 10^{13} = 9,12 \times 10^{-5} \times 10^{13} = 9,12 \times 10^8 \\
 (0,045)^5 &= (4,5 \times 10^{-2})^5 = (4,5)^5 \times (10^{-2})^5 = 1845,2812 \times 10^{-10} = 1,8452812 \times 10^3 \times 10^{-10} = 1,8452812 \times 10^{-7} \\
 (0,00023 \times 10^{-3})^4 &= (0,00023)^4 \times (10^{-3})^4 = (2,3 \times 10^{-4})^4 \times 10^{-12} \\
 &= (2,3)^4 \times (10^{-4})^4 \times 10^{-12} = 27,9841 \times 10^{-16} \times 10^{-12} = 2,79841 \times 10^{-16} \times 10^{-12} = 2,79841 \times 10^{-28} \\
 (0,0012)^3 &= (1,2 \times 10^{-3})^3 = (1,2)^3 \times (10^{-3})^3 = 1,728 \times 10^{-9}
 \end{aligned}$$

تمرين عدد 09:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{0,01} &= 0,1 ; \quad \sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{7}{11} ; \quad \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6} ; \quad \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3} ; \quad \sqrt{100} = \sqrt{1} = 1 \\
 \sqrt{3^6} &= \sqrt{(3^3)^2} = 3^3 ; \quad \sqrt{0,25} = 0,5 ; \quad \sqrt{\left(\frac{19}{13}\right)^0} = \sqrt{1} = 1 ; \quad \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{10}} = \sqrt{\left(\left(\frac{3}{4}\right)^5\right)^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^5
 \end{aligned}$$

تمرين عدد 05:

$$\begin{aligned}
 &[(-1,25)^{-11}]^0 \times (-1)^{-49} = 1 \times (-1) = -1 ; \quad \left(\frac{-19}{3}\right)^{91} \times \left(\frac{-19}{3}\right)^{-91} = \left(\frac{-19}{3}\right)^0 = 1 \\
 &\left(\frac{-15}{11}\right)^{13} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{21} \times \left(\frac{15}{11}\right)^8 = \left(\frac{-15}{11}\right)^{13} \times \left(\frac{-15}{11}\right)^8 \times \left(\frac{11}{15}\right)^{21} = \left(\frac{-15}{11}\right)^{21} \times \left(\frac{11}{15}\right)^{21} = (-1)^{21} = -1 \\
 &[(-1)^{37} + (-1)^{20}] \times (-19,75)^9 = [(-1) + 1] \times (-19,75)^9 = 0 \times (-19,75)^9 = 0
 \end{aligned}$$

تمرين عدد 06:

$$\begin{aligned}
 A &= [-2x^2y^3] \times 3xy^5 = (-2)^2 \times (x^2)^3 \times (y^3)^2 \times 3xy^5 = 4 \times x^6 \times y^6 \times 3 \times x \times y^5 = (4 \times 3) \times (x^6 \times x) \times (y^6 \times y^5) = 12x^7y^{11} \\
 B &= (-x^2y^3) \times (xy)^4 \times (-xy) = -x^2 \times y^3 \times x \times x^4 \times y^4 \times (-x) \times y \\
 &= [(-x^2 \times x \times (-x))] \times (y^4 \times y^3 \times y) = (x^3 \times x^4 \times x) \times (y^4 \times y^3 \times y) = x^8 \times y^7 = 1 \times y^7 = y^7 \\
 C &= -\frac{3}{5} x^2 y^3 \times \left(\frac{1}{2} x^{-3} y\right)^2 \times (-y^4) = -\frac{3}{5} \times x^2 \times y^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (x^2)^2 \times y^2 \times (-y^4) \\
 &= -\frac{3}{5} \times x^2 \times y^3 \times \frac{1}{4} \times x^{-6} \times y^2 \times (-y^4) = \left(-\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times (x^2 \times x^{-6}) \times (-y^3 \times y^6) \\
 &= \left(\frac{-3}{20}\right) \times x \times (-y^{-1}) = \left(\frac{-3}{20}\right) \times x \times \left(\frac{-1}{y}\right) = \left(\frac{-3}{20}\right) \times \left(\frac{-x}{y}\right) = \frac{3x}{20y} \\
 D &= \left(\frac{-5}{2} x^6 y^8\right)^{-2} \times (-xy)^2 = \left(\frac{-5}{2}\right)^{-2} \times (x^6)^{-2} \times (y^8)^{-2} \times (-x)^{-2} \times (y^3)^2 \\
 &= \left(\frac{-5}{2}\right)^{-2} \times x^{-12} \times y^{-16} \times x^2 \times y^6 = \left(\frac{-5}{2}\right)^{-2} \times (x^{-12} \times x^2) \times (y^{-16} \times y^6) \\
 &= \left(\frac{-5}{2}\right)^{-2} \times x^{-10} \times y^{-10} = \left(\frac{-5}{2}\right)^{-2} \times (xy)^{-10} = \left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times (xy)^{-10} = \frac{4}{25} (xy)^{-10}
 \end{aligned}$$

تمرين عدد 07:

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{(2a)^3 \times b^5 \times a^4}{4a^5 \times (2b)^3} = \frac{2^3 \times a^3 b^5 \times a^4}{4 \times a^5 \times 2^3 \times b^3} = \frac{2^3 \times a^7 b^5}{a^5 \times b^3 \times 2^2 \times 2^3} = \frac{2^3}{2^5} \times \frac{a^7}{a^5} \times \frac{b^5}{b^3} \\
 &= \frac{2^3}{2^5} \times a^{7-5} \times b^{5-3} = 2^{3-5} \times a^{2-5} \times b^{5-3} = 2^{-2} \times a^{-3} \times b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (ab)^2 = \left(\frac{1}{2} ab\right)^2 \\
 Y &= \frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times (a^2 b)^5}{a^{11} \times \left(\frac{2}{3} b\right)^4} = \frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times (a^2)^5 \times b^5}{a^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times b^4} = \frac{\left(\frac{-2}{3}\right)^5 \times a^{10} \times b^5}{a^{11} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times b^4}
 \end{aligned}$$

$$\frac{5}{3}x - 5 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 1 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{5}{3}x - \frac{5}{3} \times 3\right) - \left(\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}\right) = 1 \quad \text{يعني} \quad \frac{5}{3}(x-3) - \frac{3}{2}(x+1) = 1 *$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{15}{6} - \frac{10}{6}x - \frac{9}{6}x = 1 + \frac{13}{2} \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{5}{3}x - \frac{3}{2}x\right) - \frac{13}{2} = 1 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{5}{3}x - \frac{3}{2}x\right) - \left(5 + \frac{3}{2}\right) = 1$$

$$\frac{15}{6}x = 45 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{2}{1} \times 6 = 6 \quad \text{إذن} \quad x = \frac{2}{1}$$

$$\frac{(6x+9)-(6x+4)}{6} = \frac{5}{12}x \quad \text{يعني} \quad \frac{3(2x+3)}{6} - \frac{2(3x+2)}{6} = \frac{5}{12}x \quad \text{يعني} \quad \frac{2x+3}{2} - \frac{3x+2}{3} = \frac{5}{12}x *$$

$$\frac{5}{12}x = \frac{5}{6} \times \frac{12}{5} - \frac{5}{6} \times \frac{12}{5} \quad \text{يعني} \quad \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{يعني} \quad \frac{(6x-6x)+(9-4)}{6} = \frac{5}{12}x \quad \text{يعني} \quad \frac{6x+9-6x-4}{6} = \frac{5}{12}x$$

تمرين عدد 03:

$$x = 5, 7 \quad \text{يعني} \quad x = 8 - 2, 3 = 5, 7 \quad \text{إذن} \quad x = 5, 7$$

$$x = -\frac{10}{3} \quad \text{يعني} \quad 3x = 4 - 14 = -10 \quad \text{يعني} \quad 3x + 14 = 4 *$$

العدد لا ينتمي إلى المجموعة ID إذن هذه المعادلة ليس لها حل في ID.

$$x = \frac{9}{5} \quad \text{يعني} \quad 5x = 7 + 2 = 9 \quad \text{يعني} \quad 5x - 2 = 7 *$$

$$x = \frac{3}{4} \quad \text{يعني} \quad \frac{1}{3}x = \frac{1}{4} \quad \text{يعني} \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} = 0 *$$

$$4x - 1 - 2x + \frac{1}{4} = 1 \quad \text{يعني} \quad \left(4x - 4 \times \frac{1}{4}\right) - \left(2x - \frac{1}{4}\right) = 1 \quad \text{يعني} \quad 4\left(x - \frac{1}{4}\right) - \left(2x - \frac{1}{4}\right) = 1 *$$

$$\frac{7}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \quad \text{يعني} \quad x = \frac{4}{2} \quad \text{يعني} \quad 2x = 1 + \frac{3}{4} \quad \text{يعني} \quad 2x - \frac{3}{4} = 1 \quad \text{يعني} \quad (4x - 2x) + \left(\frac{1}{4} - 1\right) = 1$$

$$\frac{3x+9-(4x+2)}{6} = \frac{1}{7} \quad \text{يعني} \quad \frac{3(x+3)}{6} - \frac{2(2x+1)}{6} = \frac{1}{7} \quad \text{يعني} \quad \frac{x+3}{2} - \frac{2x+1}{3} = \frac{1}{7} *$$

تمرين عدد 01:

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{يعني} \quad 2x = 3 *$$

$$x = -1 \quad \text{يعني} \quad x + 3 = 2 *$$

$$x = -1 \quad \text{يعني} \quad 2x = -2 \quad \text{يعني} \quad 2x = 1 - 3 = -2 \quad \text{يعني} \quad 2x = -1 \quad \text{إذن} \quad x = -1 *$$

$$x = \frac{-7}{6} \quad \text{يعني} \quad x + \frac{5}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{إذن} \quad x = \frac{1}{2} - \frac{5}{3} = \frac{3}{6} - \frac{10}{6} = -\frac{7}{6} *$$

$$x = \frac{2}{7} \quad \text{يعني} \quad \frac{7}{2}x - 2 = -1 \quad \text{يعني} \quad \frac{7}{2}x = -1 + 2 = 1 \quad \text{يعني} \quad \frac{7}{2}x = \frac{1}{2} \quad \text{إذن} \quad x = \frac{1}{7} *$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{إذن} \quad x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{يعني} \quad x = \frac{-8}{-8} \times \left(\frac{-3}{8}\right) \quad \text{يعني} \quad -\frac{8}{9} \times \left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{7}{9} \quad \text{يعني} \quad -\frac{8}{9}x + 1 = \frac{1}{9} *$$

$$x = \frac{-55}{4} \quad \text{يعني} \quad x = \frac{-55}{4} \times \frac{11}{2} = \frac{-11}{2} \times \left(\frac{-5}{4}\right) \quad \text{يعني} \quad -\frac{4}{5}x = \frac{11}{2} \quad \text{يعني} \quad -\frac{4}{5}x - \frac{11}{2} = 0 *$$

$$x = \frac{5}{8} \quad \text{يعني} \quad 2x = \frac{5}{4} \quad \text{يعني} \quad 2x = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} \quad \text{يعني} \quad 2x = 1 \quad \text{إذن} \quad x = \frac{1}{2} *$$

تمرين عدد 02:

$$x = 5 \quad \text{يعني} \quad x - 5 = 2 *$$

$$x = 2 \quad \text{يعني} \quad 3x + 1 = 7 \quad \text{يعني} \quad 3x = 7 - 1 = 6 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{6}{3} = 2 \quad \text{إذن} \quad x = 2 *$$

$$2 - x = 13 \quad \text{يعني} \quad x = 2 - 13 = -11 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x\right) - 2 = 0 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x\right) - (1 - 3) = 0 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x\right) - \left(\frac{3}{4}x - 3\right) = 0 \quad \text{يعني} \quad \frac{3}{2}x - 1 = \frac{3}{4}x - 3 *$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{6}{4}x - \frac{3}{4}x = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{3}{4}x = 2 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{8}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{8}{3} = 2 \times \frac{4}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \quad \text{إذن} \quad x = \frac{8}{3} *$$

المعادلة ليس لها حل في IN.

$$\left(\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}\right)x - 5 - \frac{1}{3} = x + 3 \quad \text{يعني} \quad \frac{5}{2}x - 5 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} = x + 3$$

$$\left(\frac{13}{6}x - x\right) = 3 + \frac{16}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{13}{6}x - \frac{16}{3} = x + 3 \quad \text{يعني} \quad \left(\frac{15}{6}x - \frac{2}{6}x\right) - \frac{15}{3} - \frac{1}{3} = x + 3$$

25

$$x = \frac{50}{7} \quad \text{إذن} \quad x = \frac{3}{7} \times \frac{6}{7} = \frac{50}{7} \quad \text{يعني} \quad \frac{7}{6}x = \frac{25}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{13}{6}x - \frac{6}{6}x = \frac{9}{3} + \frac{16}{3}$$

$$\frac{3x-3+2x-6}{6} = x+1 \quad \text{يعني} \quad \frac{3(x-1)}{6} + \frac{2(x-3)}{6} = x+1 \quad \text{يعني} \quad \frac{x-1}{2} + \frac{x-3}{3} = x+1$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad \text{يعني} \quad 4x = 10 \quad \text{يعني} \quad 5x - x = 1 + 9 = 10 \quad \text{يعني} \quad 5x - 9 = x + 1 \quad \text{يعني} \quad \frac{5x-9}{6} = \frac{x+1}{6}$$

$$\frac{(2x+4)-(x-2)}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{2(x+2)}{4} - \frac{x-2}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{x+2}{2} - \frac{x-2}{4} = 2$$

$$x = 2 \quad \text{يعني} \quad x+6 = 8 \quad \text{يعني} \quad \frac{x+6}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{2x+4-x+2}{4} = 2$$

$$2x+2 = 2x+2 \quad \text{يعني} \quad \frac{6x+6}{3} = 2x+2 \quad \text{يعني} \quad \frac{5x+1}{3} + \frac{x+5}{3} = 2x+2 \quad \text{يعني} \quad \frac{x+5}{3} = \frac{5x+1}{3}$$

$0 = 0$ يعني $(2x+2) - (2x+2) = 0$ وهذا دائما صحيح وبالتالي كل الأعداد الكسرية النسبية هي حل لهذه المعادلة.

$$3x-3 - \frac{x-2}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad (3x-3) - \left(\frac{x-2}{2}\right) = 2 \quad \text{يعني} \quad 3(x-1) - 2\left(\frac{x-2}{4}\right) = 2$$

$$\frac{12x-12-x+2}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{4(3x-3)}{4} - \frac{x-2}{4} = 2 \quad \text{يعني} \quad \frac{11x-10}{4} = 2$$

$$x = \frac{18}{11} \quad \text{يعني} \quad 11x = 18 \quad \text{يعني} \quad 11x - 10 = 8 \quad \text{يعني} \quad \frac{11x-10}{4} = 2$$

$$\frac{5(2x-3)}{10} - \frac{2(3x+2)}{10} = \frac{4x-1}{5} \quad \text{يعني} \quad \frac{2x-3}{2} - \frac{3x+2}{5} = \frac{4x-1}{10}$$

$$(10x-15) - (6x+4) = 4x-1 \quad \text{يعني} \quad 5(2x-3) - 2(3x+2) = 4x-1 \quad \text{يعني} \quad \frac{5(2x-3)-2(3x+2)}{10} = \frac{4x-1}{10}$$

$$4x-19 = 4x-1 \quad \text{يعني} \quad (10x-6x) - 15 - 4 = 4x-1 \quad \text{يعني} \quad 10x-15-6x-4 = 4x-1$$

يعني $0 = 0$ يعني $(4x-19) - (4x-1) = 0$ يعني $4x-19-4x+1 = 0$ يعني $4x-19-4x+1 = 0$ يعني $20 = 0$

$$7(-x+7) = 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{-x+7}{6} = \frac{1}{7} \quad \text{يعني} \quad \frac{(3x-4x)+(9-2)}{6} = \frac{1}{7}$$

$$7x = 43 \quad \text{يعني} \quad \frac{43}{7}x \quad \text{العدد} \quad \frac{43}{7} \quad \text{لا ينتمي إلى المجموعة ID إذن هذه المعادلة ليس لها حل في ID.}$$

تبرير عدد 04:

مساحة ABCD هي $(x+1)(x+2)$ ومساحة CID هي $\frac{x(x+2)}{2}$ ، إذن مساحة CTD تساوي سدس مساحة ABCD

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{يعني} \quad \frac{x+1}{3} = x \quad \text{يعني} \quad \frac{(x+1)(x+2)}{6} = \frac{x(x+2)}{2} \quad \text{يعني} \quad \frac{x+1}{3} = x \quad \text{يعني} \quad 3x = x+1 \quad \text{يعني} \quad 2x = 1 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{1}{2}$$

تبرير عدد 05:

$$x = 7 \quad \text{يعني} \quad x-1 = 6 \quad \text{يعني} \quad \frac{x-1}{2} = 3$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{يعني} \quad 2x = -1 \quad \text{يعني} \quad 2x+4 = 3 \quad \text{يعني} \quad \frac{x+2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$5x-15 = -35 \quad \text{يعني} \quad \frac{x-3}{5} = -7 \quad \text{يعني} \quad (x-3) \times 5 = -35 \quad \text{يعني} \quad x-3 = -7 \quad \text{يعني} \quad x = -4$$

$$x = -20 \quad \text{يعني} \quad 5x = -100 \quad \text{يعني} \quad \frac{2x-5}{7} = -\frac{2}{3} \quad \text{يعني} \quad (2x-5) \times 7 = (-2) \times 7 = -14 \quad \text{يعني} \quad 6x-15 = -14 \quad \text{يعني} \quad 6x = 1 \quad \text{يعني} \quad x = \frac{1}{6}$$

$$2x+3 = 0 \quad \text{يعني} \quad \frac{4x+6}{2} = \frac{6x}{3} \quad \text{يعني} \quad \frac{4x}{2} + \frac{6}{2} = \frac{6x}{3} \quad \text{يعني} \quad 2x+3 = 0 \quad \text{يعني} \quad 2x+3 = 0 \quad \text{يعني} \quad 2x = -3 \quad \text{يعني} \quad x = -\frac{3}{2}$$

0 = 0 وهذا دائما صحيح وبالتالي كل الأعداد الكسرية النسبية هي حل لهذه المعادلة.

$$-2 = 4 \quad \text{يعني} \quad \frac{x-2}{3} = \frac{x+4}{3} \quad \text{يعني} \quad x-2 = x+4 \quad \text{يعني} \quad x-2 = x+4 \quad \text{يعني} \quad -2 = 4$$

و هذا غير ممكن وبالتالي هذه المعادلة ليس لها حل.

$$6x+16x = 24-2 \quad \text{يعني} \quad 6x+2 = -16x+24 \quad \text{يعني} \quad 2(3x+1) = -8(2x-3) \quad \text{يعني} \quad \frac{3x+1}{8} = -\frac{2x-3}{2}$$

$$x = 22 \quad \text{يعني} \quad 22x = 22 \quad \text{يعني} \quad \frac{22}{22} = 1 \quad \text{إذن} \quad x = 1$$

$$\left(\frac{5}{2}x - \frac{5}{2} \times 2\right) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) = x+3 \quad \text{يعني} \quad \frac{5}{2}(x-2) - \frac{1}{3}(x+1) = x+3$$

تبرير عدد 06:

$$B = (5x - 2)(6x - 5) - (5x - 2)(3x + 3) = (5x - 2)[(6x - 5) - (3x + 3)]$$

$$= (5x - 2)(6x - 5 - 3x - 3) = (5x - 2)(3x - 8)$$

$$2) \quad x = \frac{8}{3} \text{ يعني } 3x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2}{5} \text{ يعني } 5x - 2 = 0$$

$$3) \quad B = 0 \text{ يعني } (5x - 2)(3x - 8) = 0 \text{ يعني } 5x - 2 = 0 \text{ أو } 3x - 8 = 0$$

تبرين عدد 10:

نظم أن مجموع أقيسة زوايا مثلث يساوي 180°

$$\text{يعني } 180^\circ = x + 2x + 3x = 6x \text{ يعني } 6x = 180^\circ \text{ إذن } x = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

تبرين عدد 11:

نعتبر x العدد الكسري الذي نبحث عنه : الكسر الذي يمثل ثلث النصف : $\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ ، الكسر الذي يمثل خمس النصف :

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

إذا طرحنا ثلث نصف و خمس سدس العدد x من العدد x نفسه نتحصل على سدس. هذا ما يعطينا المعادلة التالية :

$$x - \left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{30}x \right) = \frac{1}{6} \text{ للبحث عن } x \text{ يجب حل هذه المعادلة } \frac{1}{6}$$

$$\text{يعني } \frac{1}{6} = \frac{1}{6}x - \frac{1}{30}x \text{ يعني } \frac{1}{6} = \frac{30x - 5x - x}{30} \text{ يعني } \frac{1}{6} = \frac{24}{30}x \text{ يعني } x = \frac{1}{5}$$

$$\text{يعني } x = \frac{5}{24} \text{ إذن العدد الذي نبحث عنه هو } \frac{5}{24}$$

تبرين عدد 12:

نعتبر x العدد الأول من بين الأعداد الست المتتالية

الأعداد الخمس المتتالية للعدد x هي : $(x + 1)$ و $(x + 2)$ و $(x + 3)$ و $(x + 4)$ و $(x + 5)$.

بما أن مجموعها 477 فإننا نتحصل على المعادلة التالية

$$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) + (x + 5) = 477$$

تبرين عدد 07:

$$1- \text{ حل المعادلة : } 2x = x + \frac{2+y}{4} \text{ ، يعني } 2 \times 1 = x + \frac{2+y}{4} \text{ ، يعني } 2 = x + \frac{2+y}{4} \text{ يعني } \frac{1-y}{2} \times 1 + \frac{2+y}{4} = 2$$

$$\text{يعني } 2 = \frac{2+y}{4} + \frac{2(1-y)}{4} \text{ يعني } 2 = \frac{2+y+(2-y)}{4} \text{ ، يعني } 8 = (2+y) + 2(1-y)$$

$$\text{يعني } 8 = (2+y) + (2-2y) \text{ ، يعني } 8 = 2+y+2-2y \text{ ، يعني } 8 = 4-y \text{ ، يعني } y = 4$$

$$\text{يعني } 8 = 4 - y + 4 = 4 \text{ ، يعني } y + 8 = 4 \text{ يعني } y = 4$$

$$ب- \text{ حل المعادلة } x + y = x + \frac{yx+1}{6} = \frac{y^2-2}{3}x + \frac{y+1}{6} = y + (-1) \text{ يعني } \frac{y^2-2}{3}x + \frac{y+1}{6} = y + (-1)$$

$$\text{يعني } y - 1 = \frac{y+1}{6} - \frac{y^2-2}{3} \text{ ، يعني } y - 1 = \frac{y+1}{6} - \frac{2(2-y)}{6} \text{ ، يعني } y - 1 = \frac{y+1-2(2-y)}{6}$$

$$\text{يعني } y - 1 = \frac{2(2-y) + (1-y)}{6} \text{ يعني } 6(y-1) = 2(2-y) + (1-y)$$

$$\text{يعني } 6y - 6 = 4 - 2y + 1 - y = 4 - 3y \text{ يعني } 6y - 4 = 4 - 3y \text{ يعني } 9y = 8 \text{ يعني } y = \frac{8}{9}$$

$$\text{يعني } 6y - 6 = 4 - 3y \text{ يعني } 9y = 10 \text{ يعني } y = \frac{10}{9}$$

$$ج- \text{ حل المعادلة } x = \frac{x}{3} - \frac{5y-3}{2} \text{ يعني } x = \frac{x}{3} - \frac{5y-3}{2} \text{ يعني } \frac{-5y-3}{2}x = \frac{x}{3} - \frac{5y-3}{2}$$

$$\text{يعني } \frac{y}{2} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \text{ يعني } \frac{1}{3} = \frac{y}{2} \text{ يعني } \frac{1}{3} = \frac{y}{2} \text{ يعني } 0 = \frac{1}{3} - \frac{y}{2} \text{ يعني } \frac{-y-3}{5} \times 0 = \frac{1}{3} - \frac{y}{2}$$

تبرين عدد 08:

$$A = (3x - 2)^2 - (3x + 3)^2 - 2(x - 1) \quad (1)$$

$$= ((3x)^2 - 2 \times 3x - 2 \times 3x + 3^2) - ((3x)^2 + 3 \times 3x + 3 \times 3x + 3^2) - (2x - 2)$$

$$= (9x^2 - 12x + 4) - (9x^2 + 18x + 9) - (2x - 2) = 9x^2 - 12x + 4 - 9x^2 - 18x - 9 - 2x + 2$$

$$= (9x^2 - 9x^2) + (-12x - 18x - 2x) + 4 - 9 + 2 = (-32x) + (-3) = -32x - 3$$

$$\text{إذن } x = \frac{-3}{-32} = \frac{3}{32} \text{ يعني } A = -2x = -2 \times \frac{3}{32} = -\frac{3}{16}$$

تبرين عدد 09:

تمرين عدد 15:

نعتبر x نصيب الأول ، نصيب الثاني هو $150 + \frac{5}{6}x$

نصيب الثالث هو $80 - x$ ، بما أن نصيب الثاني يفوق نصيب الأول بـ 5800 د فإننا نتحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{5}{6}x + 150 = \frac{2}{3}x - 80 + 5800 \quad \text{للبحث عن نصيب كل وريث يجب حل هذه المعادلة}$$

$$\frac{5}{6}x + 150 = \frac{2}{3}x - 80 + 5800 \quad \text{يعني } \frac{5}{6}x - \frac{2}{3}x = 5720 - 150 = 5570 \quad \text{يعني } \frac{1}{6}x = 5570 \quad \text{يعني } x = 33420$$

في كل مرة بالعدد 33420 للبحث عن نصيب كل من الورثتين الثاني و الثالث .

تمرين عدد 16: نعتبر P ثمن الأرض و P_1 ثمن الأرض في نهاية العام الأول و P_2 ثمن الأرض في نهاية العام الثاني

$$P_1 = P + \frac{10}{100}P = \left(1 + \frac{10}{100}\right)P = 1,1P \quad ; \quad P_2 = P_1 \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 1,12P = 1,12 \times 1,1P = 1,232P$$

بما أن ثمن الأرض بعد 123200 دينار فإن $100000DT = \frac{123200}{1,232}P$. إذن ثمن المتر المربع بحسب الدينار هو

$$\frac{100000}{2500} = 40$$

تمرين عدد 17:

(1) مساحة المربع هي $16cm^2$ مساحة كل من المثلثات CFG, DIE, ALI, BKH هي $\frac{x^2}{2}$

$$\text{إذن المساحة المظللة هي } 16 - 4 \times \frac{x^2}{2} = 16 - 2x^2$$

$$16 - 2x^2 = 14 \quad \text{فإن } 14 - 2x^2 = -2x^2 \quad \text{أي } x^2 = 1$$

$$\text{و بما أن } x \in \mathbb{Q}_+ \text{ فإن } x = 1$$

تمرين عدد 18:

ليكن x المبلغ الذي كان للرجل بالدينار ، أنفق في المغارة الأولى $\frac{1}{3}x$ وبالمغارة الثانية

$$\frac{1}{4} \left(x - \frac{1}{3}x \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}x \right) = \frac{1}{6}x \quad \text{أنفق } x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}x$$

$$\text{ما بقي له بعد طرح ما أنفق في المغارتين الأوليتين : } x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}x = \frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x - \frac{1}{6}x = \frac{0}{6}x = 0$$

$$\text{يعني } 477 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (x + x + x + x + x + x) \quad \text{يعني } 6x + 15 = 477$$

$$\text{يعني } 462 = 477 - 15 = 462 \quad \text{يعني } 6x = 462 \quad \text{إذن الأعداد الست المتتالية هي } 77 \text{ و } 78 \text{ و } 79 \text{ و } 80 \text{ و } 81 \text{ و } 82$$

تمرين عدد 13: نعتبر x ثمن الحاسوب

القسط الأول : ربع الثمن يعني : $\frac{1}{4}x$ ، القسط الثاني : ثلاثة أثمان الثمن يعني $\frac{3}{4}x$ ، القسط الثالث : 300 دينار

$$\text{هذا ما يطينا المعادلة التالية : } x = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + 300 \quad \text{للبحث عن ثمن الحاسوب يجب حل هذه المعادلة}$$

$$x = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + 300 \quad \text{يعني } \frac{1}{4}x = 300 \quad \text{يعني } x = 1200$$

$$\text{يعني } 300 = x - \frac{17}{20}x = \frac{3}{20}x \quad \text{يعني } x = 2000$$

تمرين عدد 14:

نعتبر x عدد ركاب الحافلة عند الانطلاق

$$\text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الأولى هو } \frac{x}{2} \quad , \quad \text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الثانية هو } \frac{x}{4} = \frac{x}{2} \quad , \quad \text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الرابعة هو } \frac{x}{8}$$

$$\text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الثالثة هو } \frac{x}{4} = \frac{x}{2} \quad , \quad \text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الرابعة هو } \frac{x}{8}$$

$$\text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة الخامسة هو } \frac{x}{16} = \frac{x}{2} \quad , \quad \text{عدد الركاب الذين نزلوا في المحطة النهائية هو } 2$$

$$\text{وهذا ما يطينا المعادلة التالية : } x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} + 2$$

$$\text{للبحث عن عدد ركاب الحافلة عند الانطلاق يجب حل هذه المعادلة : } x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} + 2$$

$$\text{يعني } x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} + 2 \quad \text{يعني } \frac{16x + 8x + 4x + 2x + x}{16} + 2 = x$$

$$\text{يعني } x = \frac{31}{32}x + 2 \quad \text{يعني } x - \frac{31}{32}x = 2 \quad \text{يعني } \frac{1}{32}x = 2 \quad \text{يعني } x = 64$$

$$\text{إذن عدد ركاب الحافلة عند الانطلاق هو } 64$$

تعيين عدد 01

المسافة (Km)	80	900	140
كمية البنزين (ل)	4	45	7

$$2) \text{ العمل التناسلي للجول } = \frac{80}{4} = 20$$

تعيين عدد 02

(1) خطأ ، (2) خطأ ، (ب) صواب

تعيين عدد 03: من خلال التمثيل لاحظ أن حجم 1 Cm³ له كتلة 20g والتشيل هو لملائة تناسل طرددي لانه يسر من O(0,0). إذن كتلة 1.5cm³ هي 30g و 20 × 1.5 = 30g و كتلة 1000cm³ هي 20000g و حجم 15g هو 120Kcm³ و حجم 120Kcm³ هو 60000cm³ $\frac{15}{20} = 0.75cm^3$

تعيين عدد 04

يكون الجدول جردل تناسل طرددي إذا كان

$$\begin{cases} \frac{y}{5} = \frac{2}{3} \\ \frac{x}{3+x} = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ أي } \frac{y}{5} = \frac{2}{3+x}$$

$$\begin{cases} y = \frac{10}{3} \\ 3y = 10 \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} 3x = 6+2x \\ x = 6 \end{cases}$$

تعيين عدد 05

$$2x \text{ و } x+1 \text{ و } 2y+3 \text{ متناسبة طرددا مع } 3 \text{ و } 4 \text{ يعني } \frac{2y+3}{5} = \frac{x+1}{3}$$

$$\frac{2y+3}{5} = \frac{x+1}{3} \quad (1) \quad , \quad \frac{x+1}{3} = \frac{2x}{5}$$

من (1) نستنتج $5(x+1) = 3 \times 2x = 6x - 5$ يعني $x=5$
من (2) نستنتج أن $\frac{2y+3}{5} = 2$ أي $\frac{2y+3}{4} = 2$ يعني $2y+3=8$ يعني $y=\frac{5}{2}$

تعيين عدد 06: ليكن a و b و c و d نصيب الأبناء الذين أصلهم 6 و 9 و 15 على التوالي إذن

$$\frac{a}{6} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = \frac{d}{15} = \frac{a+b+c+d}{6+9+12+15} = \frac{21}{42} = \frac{1}{2}$$

$$\text{أي } a = \frac{6}{2} = 3 \text{ و } b = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ و } c = \frac{12}{2} = 6 \text{ و } d = \frac{15}{2} = 7.5$$

و بالتالي نصيب الأبناء على التوالي من الأصغر إلى الأكبر 3، 4.5، 6، 7.5.

تعيين عدد 07

(1) إما أن a و b متساويان طرددا مع 8 و 7 فإن $\frac{a}{8} = \frac{b}{7}$
و بما أن 7 أقسم ل a فإن $\frac{a}{7} \in \mathbb{N}$ إذن $\frac{b}{8} \in \mathbb{N}$ و بالتالي b أقسم ل 8

$$(2) \quad \frac{a}{7} = \frac{a+b}{8} = \frac{a+b}{7+8} = \frac{a+b}{15}$$

$$\text{انقذ بالمعادلة الثالثة } \frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}x$$

$$\text{الفرق بين المبالغ الإجمالي والمبلغ الذي أنقذه يساوي } 80 = \left(x - \left(\frac{1}{10}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}x\right)\right) \text{ يعني}$$

$$80 = \frac{12x}{30} \text{ يعني } \frac{30}{30}x = 80 \text{ إذن } \frac{80 \times 30}{12} = 200 \text{ و بالتالي المبلغ هو 200 دينار.}$$

تعيين عدد 09

$$(1) \quad a=4 \text{ و } a=1,7 \text{ أي } x=170 \text{ cm و الكتلة } p+kg \text{ هي } 65 = 70 - \frac{20}{4} = \frac{170-150}{4}$$

$$(2) \quad a=2 \text{ أي } x=1,85 \text{ cm أي } x=185 \text{ cm و الكتلة } p+kg \text{ هي } 67.5 = 85 - \frac{35}{2} = \frac{185-150}{2}$$

$$(3) \quad \text{إذا كان ربح ككتله } 80 = kg - p \text{ فإن قيس طوله النظري بالمستمر هو } x \text{ بحيث } \frac{x-150}{4} = \frac{80-(x-100)}{2}$$

$$x = \frac{570}{3} = 190 \text{ إذن } \frac{3}{4}x = \frac{570}{4} \text{ يعني } \frac{4}{4}x - \frac{x}{4} = 80 + 100 - \frac{150}{4}$$

$$(4) \quad x \text{ هو قيس طولها النظري بالمستمر إذن } \frac{x-150}{2} = 60 = (x-100) - \frac{x}{2} \text{ إذن } \frac{x}{2} + 100 - \frac{x}{2} = 60 \text{ و } x=170$$

$$\frac{2x}{2} - \frac{x}{2} = 60 + 100 - 75 = \frac{2x}{2}$$

تعيين عدد 10

x-1	x+13	x+1	x+2
x+9	x+4	x+4	x+7
x+6	x+7	x+5	x+3
x+11	x+1	3	x+13

ترتيب من الأصغر إلى الأكبر :

$$20; 18; 17; 16; 15; 15; 15; 12; 12; 11; 10; 9; 9; 9; 8; 8; 8; 8; 5; 4$$

تبرين عدد :01

10 تكرارات

10 تكرارات

موسط هذه السلسلة $Me = 10,5$ ، $M = \frac{10+11}{2} = 10,5$ (موسط سلسلة إحصائية هو قيمة مميزة تميز السلسلة إلى جزئين لهما نفس التكرار)

معدل هذه السلسلة هو 8 (المعدل الأكثر تكراراً)
مدى هذه السلسلة هو $20 - 4 = 16$ (الفرق بين أصغر قيمة وأكبرها)

تبرين عدد :02

$$15; 15; 13; 13; 12; 12; 11; 10; 8; 8; 8$$

5 تكرارات

5 تكرارات

موسط هذه السلسلة $Me = 12$ و منوالها 8 و مداها $15 - 8 = 7$

تبرين عدد :03

مدى هذه السلسلة هو 4
مخطط الصيحات

رقم الوجه العلوي
رقم الوجه السفلي

$$M_e = \frac{4+3}{2} = 3,5$$

النسبة المئوية لظهور رقم 4 على الوجه العلوي $30\% = \frac{6}{20} \times 100$

$$m = \frac{1 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 4 \times 6 + 5 \times 2 + 6 \times 2}{20} = 3,25$$

تبرين عدد :04

الأحدر	من 300 إلى أقل من 320	من 340 إلى أقل من 360	من 360 إلى أقل من 380
مركز القيمة	$\frac{300+320}{2} = 310$	$\frac{320+340}{2} = 330$	$\frac{340+360}{2} = 350$
عدد العمال	18	10	12
النسبة المئوية	$\frac{18 \times 100}{50} = 36\%$	$\frac{10 \times 100}{50} = 20\%$	$\frac{12 \times 100}{50} = 24\%$
النسبة المئوية			$\frac{10 \times 100}{50} = 20\%$

$$a+b \in \mathbb{N} \text{ فإن } \frac{a}{7} \in \mathbb{N} \text{ فإن } \frac{a+b}{15}$$

$$\frac{a}{7} = \frac{a+b}{15}$$

$$b. \text{ فإن } \frac{a}{15} = 137 \text{ فإن } \frac{a}{7} = 137 \text{ فإن } \frac{a}{15} = 137 \times 8 = 1096$$

$$\frac{959}{137 \times 8} = \frac{7}{8}$$

تبرين عدد :08

$$1. \text{ إن } x+y+z=180^\circ \text{ و } x+y+z=180^\circ \text{ فإن } z=180^\circ - x - y = 180^\circ - 54^\circ - 36^\circ = 90^\circ$$

$$2. \text{ إن } z=90^\circ \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2}$$

تبرين عدد :09

$$\frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2}$$

تبرين عدد :10

$$\frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2} \text{ فإن } \frac{80}{100} = \frac{1}{2}$$

$$AB=3,6 \text{ cm} \text{ و } \frac{AB}{2} = \frac{3,6}{2} = 1,8 \text{ cm} \text{ فإن } \frac{AB}{2} = \frac{3,6}{2} = 1,8 \text{ cm}$$

$$EF=AB \times \frac{2}{3} = 3,6 \times \frac{2}{3} = 2,4 \text{ cm} \text{ فإن } EF=AB \times \frac{2}{3} = 3,6 \times \frac{2}{3} = 2,4 \text{ cm}$$

تبرين عدد :12

$\frac{5}{x}$	x	$\frac{5}{-3}$
$\frac{2}{x}$	$\frac{10}{3x}$	-2

$$a+b=2 \text{ و } 3a=-4b \text{ يعني } a+b=2 \text{ و } 3a=-4b \text{ يعني } a+b=2 \text{ و } 3a=-4b$$

$$b=(-2) \times 3 = -6 \text{ و } a+b=2 \text{ فإن } a+b=2 \text{ فإن } a+b=2 \text{ فإن } a+b=2$$

$$1. \text{ إن } x+y+z=180^\circ \text{ و } x+y+z=180^\circ \text{ فإن } z=180^\circ - x - y = 180^\circ - 54^\circ - 36^\circ = 90^\circ$$

تبرين عدد :14

$$2. \text{ إن } x+y+z=180^\circ \text{ و } x+y+z=180^\circ \text{ فإن } z=180^\circ - x - y = 180^\circ - 54^\circ - 36^\circ = 90^\circ$$

(2) الميزة المحروسة هي ميزة كمية مستمرة

(3) التكرار الجملي لهذه السلسلة هو $40 = 12 + 7 + 18 + 3$

(4) المدة الزمنية التي يقضيها أكبر عدد من الأطفال أمام التلفاز هي بين 3 و 4 ساعات أو $3,5 = \frac{3+4}{2}$

و يمثل منوال هذه السلسلة

(5)

الوقت بالساعات	من 1 إلى أقل من 2	من 2 إلى أقل من 3	من 3 إلى أقل من 4	من 4 إلى أقل من 5
عدد الأطفال	12	7	18	3
التواترات بالنسبة المئوية	$\frac{12}{40} \times 100 = 30\%$	$\frac{7}{40} \times 100 = 17,5\%$	$\frac{18}{40} \times 100 = 45\%$	$\frac{3}{40} \times 100 = 7,5\%$

(6) عدد الأطفال الذين يقضون أقل من 3 ساعات هو $19 = 7 + 12$ نستنتج المئوية $47,5\% = \frac{19}{40} \times 100$

(7) محتل هذه السلسلة الإحصائية هو $1,925 = \frac{1,5 \times 12 + 2,5 \times 7 + 3,5 \times 18 + 4,5 \times 3}{40}$

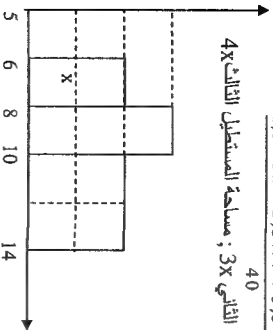
تمرين عدد 07: مساحة المستطيل الأول هي $2x$ ؛ مساحة المستطيل الثاني $3x$ ؛ مساحة المستطيل الثالث $4x$
الكرارات متساوية مع مساحة المستطيلات إذن $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4}$

إذن $\frac{C}{2} = \frac{2}{4}C = \frac{3}{4}C$; $A = \frac{3}{4}C$; $B = \frac{3}{4}C$

بما أن $36 = A + B + C$ فإن $\frac{3}{4}C + C + \frac{3}{4}C = 36$

يعني $C = 36 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1 \right) = 36 \left(\frac{9}{4} \right)$ يعني $C = 36 \left(\frac{9}{4} \right)$

إذن $C = \frac{36 \times 4}{9} = 16$ إذن $A = \frac{16}{2} = 8$ و $B = \frac{3 \times 16}{4} = 12$



المسافة بالكم	من 6 إلى أقل من 8	من 8 إلى أقل من 10	من 10 إلى أقل من 14
عدد الأشخاص	8	10	14
عدد الأشخاص	8	12	16

تمرين عدد 08:

المسافة بالكم	215	220	225	230	235	240
عدد السيارات	7	10	3	8	6	6

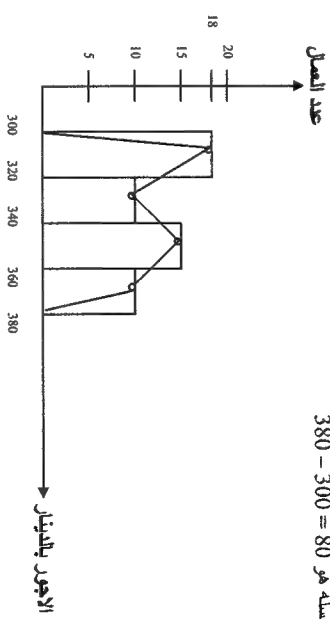
(1)

(ب) 220 هو منوال هذه السلسلة الإحصائية

(1) بما أن أكبر عدد من العمال (18) أجورهم بين 300 و 320 دينار فإن منوال هذه السلسلة هو $310 = \frac{300 + 320}{2}$

مدى هذه السلسلة هو $80 = 380 - 300$

(2)



محتل أجور العمال هو: $356,6 = \frac{310 \times 18 + 330 \times 10 + 350 \times 15 + 370 \times 10}{50}$

(3) عدد العمال الذين أجورهم أكبر أو يساوي 340 دينار هو $25 = 15 + 10$

إذن احتمال أن يكون أجر العامل أكبر أو يساوي 340 دينار هو: $0,5 = \frac{25}{50}$

تمرين عدد 05:

(1) المحصول الزراعي الجملي لهذا الفلاح بالقطر هو: $810 + 1200 + 600 + 390 = 3000$

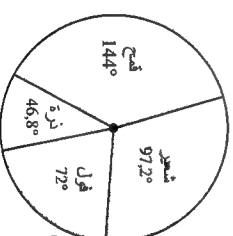
■ النسبة المئوية للقمح هي: $27\% = \frac{810}{3000} \times 100$

■ النسبة المئوية للقمح هي: $40\% = \frac{1200}{3000} \times 100$

■ النسبة المئوية للزيتون هي: $20\% = \frac{600}{3000} \times 100$

■ النسبة المئوية للزيتون هي: $13\% = \frac{390}{3000} \times 100$

■ النسبة المئوية للزيتون هي: $144^\circ = \frac{40 \times 360^\circ}{100}$ ، $46,8^\circ = \frac{13 \times 360^\circ}{100}$ ، $72^\circ = \frac{20 \times 360^\circ}{100}$ ، $97,2^\circ = \frac{27 \times 360^\circ}{100}$



مخطط القطاع الدائري

تمرين عدد 06:

(1) مخطط المستطيلات

ج- أدناه منتصف $[AB]$ و C منظرية B بالنسبة إلى Δ و منظرية A بالنسبة إلى Δ هي نفسها إذا فإن مناظرة القطعة $[AB]$ بالنسبة إلى Δ هي القطعة $[AC]$ وبما أن التناظر المحوري يحافظ على المنتصف و I منتصف $[AB]$ فإن مناظرة I بالنسبة إلى Δ هي منتصف $[AC]$ إذن I منتصف $[AC]$ (لأن I منتصف $[AB]$ بالنسبة إلى Δ)

د- أدناه K و J منظرية C و K و I على التوالي بالنسبة إلى Δ وبما أن التناظر المحوري يحافظ على الإسقاطية و التناظر C و K و I على إسقاطية واحدة فإن النقاط B و K و I تكون على إسقاطية واحدة

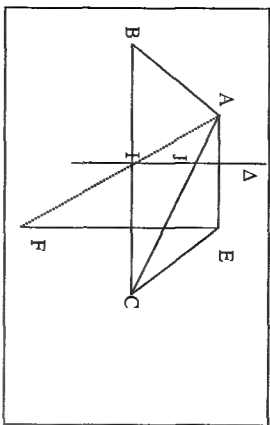
هـ- أدناه A منظرية B بالنسبة إلى I (لأن I منتصف $[AB]$)

و C' منظرية C بالنسبة إلى I وبما أن التناظر المحوري يحافظ على البعد فإن $BC = AC'$

ز- أدناه A و C' و I منظرية B و C و I على التوالي بالنسبة إلى I إذا فإن مناظرة الزاوية \widehat{ICB} هي الزاوية $\widehat{IC'A}$ وبما أن التناظر المحوري يحافظ على القياس الزاوي فإن $\widehat{ICB} = \widehat{IC'A}$

تمرين عدد 06:

(1) انظر الرسم



(3) ب- أدناه المستقيم Δ المتوسط العمودي

إلى المستقيم Δ و أدناه النقطتان B و C متناظرتان بالنسبة

لنقطتين A و E متناظرتين بالنسبة إلى Δ وبما أن التناظر

المحوري يحافظ على البعد فإن $AB = EC = 3\text{cm}$ بالنسبة إلى

ج- أدناه E و C' و I منظرية A و B و I بالنسبة إلى

المستقيم Δ إذا مناظرة الزاوية \widehat{BAI} بالنسبة إلى

المستقيم Δ هي الزاوية $\widehat{EC'I}$ وبما أن التناظر المحوري

يحافظ على القياس الزاوي فإن $\widehat{BAI} = \widehat{EC'I}$

د- B و J و E منظرية C و A و J على التوالي بالنسبة إلى المستقيم Δ وبما أن التناظر المحوري يحافظ على

الإسقاطية للنقاط C و J و A على إسقاطية واحدة فإن للنقطتين B و J تكون على إسقاطية واحدة

(4) ب- أدناه النقطتان F و C منظرية A و B بالنسبة إلى I إذا فإن مناظر المستقيم (AB) بالنسبة إلى I هو

المستقيم (FC) وبما أن مناظر مستقيم بالنسبة إلى نقطة هو مستقيم موزن له فإن $(FC) \parallel (AB)$

ج- أدناه F و C' منظرية A و B بالنسبة إلى I إذا فإن مناظرة الزاوية \widehat{BAI} بالنسبة إلى I هي

د- أدناه C و F و I منظرية A و B و I على التوالي بالنسبة إلى I إذا فإن مناظرة الزاوية \widehat{BAI} بالنسبة إلى I هي

الزاوية $\widehat{FC'I}$

و نعلم أن التناظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا إذن $\widehat{BAI} = \widehat{FC'I}$

(5) أ- بالأخذ على السؤال (3-ج) و (4-د) أدناه $\widehat{BAI} = \widehat{FC'I}$ و $\widehat{IBC} = \widehat{B'AI}$ و منه نستنتج أن $\widehat{IBC} = \widehat{I'EC}$

ب- بالأخذ على السؤال (3-ج) و (4-د) أدناه $AB = EC$ و $AB = CF$ و $CF = EB$ و منه نستنتج أن المثلث

EFC متساوي الساقين فمعه الرئيسية C

ج- بما أن المثلث EFC متساوي الساقين فمعه الرئيسية C فإن زاويته القائمة \widehat{CFE} و $\widehat{C'FE}$ متساويتان

تمرين عدد 07:

(1) انظر الرسم

تمرين عدد 01: أ- خطاً، ب- صواب، ج- خطأ، د- خطأ، هـ- صواب، ي- صواب

تمرين عدد 02: (1) D ؛ (2) O ؛ (3) $[CD]$ ؛ (4) $AB = CD$ ؛ (5) (BD) ؛ (6) CDB ؛

تمرين عدد 03: $BDC = ABO$ (7)

(1) + (2) انظر الرسم

(3) بما أن I منتصف $[BC]$ فإن النقطتين B و C متناظرتين بالنسبة إلى I

و بالتالي مناظرة B بالنسبة إلى I هي النقطة C

(4) أدناه B منظرية C بالنسبة إلى I و D منظرية A بالنسبة إلى I

بما أن التناظر المركزي يحافظ على البعد فإن $BD = AC$

(5) أدناه النقطتان B و C متناظرتان بالنسبة إلى I والنقطتان D و A متناظرتان بالنسبة

إلى I إذا مناظرة الزاوية \widehat{BAC} بالنسبة إلى I هي الزاوية \widehat{BDC} وبما أن التناظر

المركزي يحافظ على القياس الزاوي فإن $\widehat{BAC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ إذن $(BD) \perp (DC)$

تمرين عدد 04:

(1) انظر الرسم

(2) أدناه المستقيم Δ المتوسط العمودي لـ $[BC]$

و A نقطة من Δ إذا فإن A لها نفس البعد عن الطرفين B

و C إذن المثلث ABC متساوي الساقين فمعه الرئيسية A

(4) أدناه النقاط C' و B' و I منظرية A و B و I بالنسبة إلى I و A على

التوالي بالنسبة إلى A وبما أن التناظر المركزي يحافظ على الإسقاطية

و C و B' و I على إسقاطية واحدة فإن النقاط C' و B' و I على إسقاطية

واحدة

(5) أدناه المتوسط العمودي Δ لـ $[BC]$ ونقطتها هي I إذا فهي

منتصف $[BC]$ و أدناه B' و C' و I منظرية A و B و I على

التوالي بالنسبة إلى A وبما أن التناظر المركزي يحافظ على المنتصف

و I منتصف $[BC]$ فإن مناظرة I بالنسبة إلى A هي I' تكون منتصف

(6) أدناه Δ المتوسط العمودي لـ $[BC]$ و أدناه $B'C'$ منظرية $[BC]$ بالنسبة إلى A إذا فإن مناظر Δ بالنسبة إلى A

هو المستقيم Δ نفسه (لأن A نقطة من Δ) إذن A يمثل المتوسط العمودي

للنقطة $[B'C']$

تمرين عدد 05:

(1) انظر الرسم

(3) ب- أدناه النقطتان B و C متناظرتان بالنسبة إلى

المستقيم Δ إذا فالمستقيم Δ يمثل المتوسط العمودي

للنقطة $[B'C']$ و بما أن A نقطة من Δ فإن A لها نفس البعد

عن B و C و $(AB = AC)$ و بالتالي المثلث ABC متساوي الساقين فمعه

الرئيسية A

$$\widehat{IA'B'} = \widehat{IAB} \quad \widehat{IA'B'} = \frac{\widehat{OAB}}{2} \quad \widehat{IAB} = \frac{\widehat{OAB}}{2} \quad \widehat{OAB} = \widehat{OAB}$$

إذن المثلثان IAB و IA'B' متقابلان حسب الحالة الأولى لتقاليس المثلثات

(ب) ينتج عن تقاليس المثلثين IAB و IA'B' أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة ومنها IA = IA'

أمر $\widehat{A'B'} = \widehat{A'B}$

تمرين عدد 05

1. انظر الرسم

(2) لدينا (IK) // (JB) و (KB) // (JB) لذا الرباعي IJBK أضلاعه المتقابلة متوازية إذن هو متوازي الأضلاع و منه فإن أضلاعه المتقابلة متقابلة وبالتالي IB = JK و IK = JB

(ب) بما أن $\widehat{A'B'} = \widehat{A'B}$ و $\widehat{IAB} = \widehat{IAB}$ هما زاويتان متقابلتان و (IK) // (JB) فإن IKBK = IABK

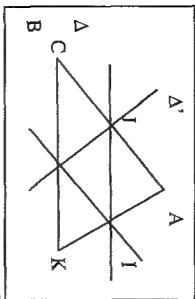
(ج) في المثلثين AIU و IBK لدينا:

$$\widehat{IA} = \widehat{IB} \quad (\text{لأنهما متقابلان}) \quad \widehat{IAB} = \widehat{IBK} \quad (\text{حسب السؤال 2-1})$$

$$\widehat{I} = \widehat{I} \quad (\text{حسب السؤال 2-1})$$

$$\widehat{A'B'} = \widehat{IBK} \quad (\text{حسب السؤال 2-2 بل})$$

إذن المثلثان AIU و IBK متقابلان حسب الحالة الثانية لتقاليس المثلثات



(3) بما أن IJBK و IJKA زاويتان متقابلتان و (IB) // (JK) فإن IJBK = IJKA

و بما أن $\widehat{A'B'} = \widehat{A'B}$ فإن IABK = IJAC

(ب) في المثلثين AIU و IBK لدينا:

$$\widehat{IA} = \widehat{IB} \quad (\text{لأنهما متقابلتان}) \quad \widehat{IAB} = \widehat{IBK} \quad (\text{حسب السؤال 3-1})$$

$$\widehat{I} = \widehat{I} \quad (\text{حسب السؤال 3-1})$$

$$\widehat{A'B'} = \widehat{IBK} \quad (\text{حسب السؤال 3-2 بل})$$

إذن المثلثان AIU و IBK متقابلان حسب الحالة الأولى لتقاليس المثلثات

(ج) ينتج عن تقاليس المثلثين AIU و IBK أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة ومنها IA = IB

على السقطة واحدة فإن I منتصف [AC]

تمرين عدد 06:

1. انظر الرسم

(2) في المثلثين AIB و AIC لدينا:

$$\widehat{AB} = \widehat{AC} \quad (\text{مطوي})$$

$$\widehat{BAC} \quad \text{زاوية مشتركة}$$

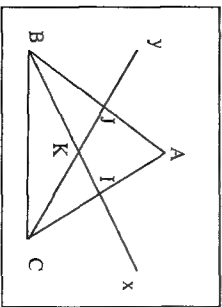
$$\widehat{AIB} = \widehat{AIC} \quad \text{لأن } \widehat{AIB} = \widehat{AIC} \quad \widehat{AIB} = \widehat{AIC}$$

[ABC] متقابلين المتوازيين فلهذا

إذن المثلثان AIB و AIC متقابلان حسب الحالة الأولى لتقاليس المثلثات

(ب) ينتج عن تقاليس المثلثين IAB و IAC أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة ومنها IB = IC

(3) في المثلثين IBC و ICB لدينا:



تمرين عدد 01:

في المثلثين ACT و BDI لدينا:

$$\widehat{CAI} = \widehat{DBI} \quad (\text{لأنهما متقابلتان داخلياً}) \quad (AC) \parallel (BD)$$

$$\widehat{BID} = \widehat{AIC} \quad (\text{لأنهما متقابلتان بالرأس})$$

$$\widehat{IB} = \widehat{IB} \quad (\text{لأنهما متقابلان})$$

إذن المثلثان ACT و BDI متقابلان حسب الحالة الأولى لتقاليس المثلثات

(2) نستنتج من تقاليس المثلثين ACT و BDI أن بقية العناصر التطيرة الأخرى متقابلة ومنها AC = BD و IC = ID

تمرين عدد 02:

1. في المثلثين OAC و OBD لدينا: $\widehat{O}A = \widehat{O}B$: قطر دائرة مركزها (O)

$$\widehat{OC} = \widehat{OD} \quad (\text{لأنهما متقابلتان بالرأس}) \quad \widehat{BOD} = \widehat{AOC} \quad (\text{لأنهما متقابلتان بالرأس})$$

إذن المثلثان OAC و OBD متقابلان حسب الحالة الثانية لتقاليس المثلثات

(2) ينتج عن تقاليس المثلثين OAC و OBD أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة ومنها AC = BD و ACO = BDO و ACO = BDO

تمرين عدد 03:

1. في المثلثين التاميين BCL و BIC لدينا:

$$\widehat{ICB} = \widehat{IBC} \quad (\text{لأن المثلث ABC متساوي الساقين فلهذا})$$

$$\widehat{BCI} = \widehat{BCI} \quad \text{وتر مشترك}$$

إذن المثلثان BIC و BCL متقابلان حسب الحالة الأولى لتقاليس المثلثات القائمة

(2) ينتج عن تقاليس المثلثين BIC و BCL أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة ومنها IB = IC و AI = AI

أن AB = AC فإن AI = AI

تمرين عدد 04:

1. انظر الرسم

(2) في المثلثين OAB و OA'B' لدينا:

$$\widehat{OA} = \widehat{OA'} \quad (\text{لأن } [AA'] \text{ قطر دائرة مركزها } O)$$

$$\widehat{OB} = \widehat{OB'} \quad (\text{لأن } [BB'] \text{ قطر دائرة مركزها } O)$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AOB'} \quad (\text{لأنهما متقابلتان بالرأس})$$

إذن المثلثان OAB و OA'B' متقابلان حسب الحالة الثانية لتقاليس المثلثات

(ب) نستنتج من تقاليس المثلثين OAB و OA'B' أن بقية عناصرهما التطيرة الأخرى متقابلة

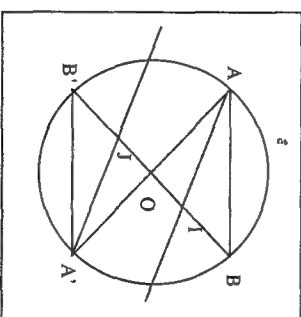
ومنها $\widehat{OA'B'} = \widehat{OAB}$ و $\widehat{OB'A'} = \widehat{OBA}$

(3) في المثلثين IAB و IA'B' لدينا:

$$\widehat{AB} = \widehat{A'B'} \quad (\text{حسب السؤال 2-ب})$$

$$\widehat{A'B'I} = \widehat{A'B'I} \quad (\text{حسب السؤال 2-ب})$$

$$\widehat{A'B'I} = \widehat{A'B'I} \quad (\text{حسب السؤال 2-ب})$$



إن: $\widehat{HKE} = \widehat{FLH}$

(ب) بما أن المثلث EHK متقايس الضلعين EH وقمة الزاوية E فإن زاويتي القاعدة متقايستان $\widehat{E}KH = \widehat{E}HK$ و بما أن $\widehat{HKE} = \widehat{FLH}$ فإن $\widehat{FLH} = \widehat{FLK}$ وبالتالي المثلث HLF زاويتان متقايستان إذن هو متقايس الضلعين قمته الرئيسية F

(4) الزاويتان \widehat{KGL} و \widehat{KGL} متبادلتان داخلياً حاصلتان عن تقاطع المستقيم (GF) والمستقيمين المتوازيين (FL) و

(ب) في المثلثين KIG و FIL لدينا :

$$\widehat{KGL} = \widehat{FIL} \quad (\text{ب) (ج) السؤال 4-1})$$

$$\widehat{KGL} = \widehat{FIL} \quad (\text{لأنهما متبادلتان بالرأس})$$

$$\widehat{KGL} = \widehat{FIL} \quad (\text{لأن I منتصف } [FG])$$

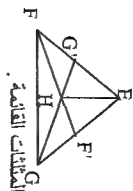
إذن المثلثان KIG و FIL متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات

(ج) ينتج عن تقايس المثلثين KIG و FIL أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $GK = FL$ و $GL = FK$

تمرين عدد 12:

(1) ب في المثلثين القائمين EGG' و EFF' لدينا

$$\widehat{EGG'} = \widehat{EFF'} \quad (\text{ب) في المثلثين القائمين } EGG' \text{ و } EFF' \text{ متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات القائمة.})$$



(ج) ينتج عن تقايس المثلثين EGG' و EFF' أن بقية عناصرهما النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $GG' = FF'$ و $EG' = EF'$

$$\widehat{EGG'} = \widehat{EFF'}$$

(د) بما أن $\widehat{EGG'} = \widehat{EFF'}$ (ب) فإن المثلث EGG' متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

(2) أ في المثلثين القائمين EHG و EHF' لدينا

$$\widehat{EHG} = \widehat{EHF'} \quad (\text{ب) (ج) السؤال 1-2})$$

إذن المثلثان EHG و EHF' متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات القائمة.

(ب) ينتج عن تقايس المثلثين EHG و EHF' أن بقية العناصر النظيرة الأخرى متقايسة ومنها $\widehat{HEG'} = \widehat{HEF'}$ لذا $[EH]$ يمثل منصف الزاوية $\widehat{EG'F'}$ ونعلم أن في مثلث متقايس الضلعين الوسيط العمودي للقاعدة يحمل منصف الزاوية الصادر من القمة الرئيسية. وبما أن $\widehat{EG'F'}$ متقايس الضلعين قمته الرئيسية E و $[EH]$ هو منصف الزاوية

$$\widehat{EG'F'} \text{ فإن } (EH) \text{ هو الوسيط العمودي لـ } [F'G']$$

(2) المستقيم (EH) يمثل الوسيط العمودي لكل من $[F'G']$ و $[FG]$ لذا فإن $(F'G') \perp (EH)$ و $(FG) \perp (EH)$

$$\text{وبالتالي فإن } (F'G') \parallel (FG)$$

تمرين عدد 10:

(1) انظر الرسم

(2) الزاويتان \widehat{ABC} و $\widehat{M\hat{A}N}$ متماثلتان حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AB) والمتوازيين (AM) و (BC) إذن $\widehat{ABC} = \widehat{M\hat{A}N}$

(ب) الزاويتان \widehat{BCA} و $\widehat{M\hat{A}C}$ متبادلتان داخلياً حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AC) والمتوازيين (BC) و (AM) إذن $\widehat{BCA} = \widehat{M\hat{A}C}$

الزاويتان $\widehat{M\hat{A}C}$ و $\widehat{M\hat{A}N}$ متبادلتان داخلياً حاصلتان عن تقاطع المستقيم (AN) والمتوازيين (AC) و (MN) إذن $\widehat{M\hat{A}C} = \widehat{M\hat{A}N}$

$$\widehat{M\hat{A}C} = \widehat{M\hat{A}N} \text{ و } \widehat{M\hat{A}C} = \widehat{B\hat{C}A} \text{ فإن } \widehat{B\hat{C}A} = \widehat{M\hat{A}N}$$

$$\widehat{B\hat{C}A} = \widehat{M\hat{A}N} \text{ و } \widehat{M\hat{A}C} = \widehat{M\hat{A}N} \text{ فإن } \widehat{B\hat{C}A} = \widehat{M\hat{A}N}$$

$$\widehat{B\hat{C}A} = \widehat{M\hat{A}N} \text{ (مطلوب) في المثلثين } \widehat{ABC} \text{ و } \widehat{AMN} \text{ لدينا :}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{AMN} \quad (\text{ب) (ج) السؤال 2-2})$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \quad (\text{ب) (ج) السؤال 2-2})$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ و } \widehat{ACB} = \widehat{AMN} \text{ فإن } \widehat{ACB} = \widehat{AMN}$$

ب) AIBE مستطيل إذن $AB = IE$ و $AB = 4 \text{ cm}$ إذن $AB = 4 \text{ cm}$.

ج) بما أن $EB = EI = IC = AI$ (متساويان) و $IC = AI$ (متساويان) فإن $IE = EB$.

د) لدينا AIBE متوازي أضلاع لذا $AI \parallel (EB)$ و $IE \parallel (AB)$ و $IC \parallel (EB)$ و $EB \parallel (IC)$ و $IE \parallel (AB)$ و $IC \parallel (EB)$.

3) لدينا M منظر A بالنسبة إلى B إذن B منتصف [AM] و بما أن B منتصف [CN] فإن الرباعي ACMN متوازي أضلاع .
يتقاطعان في منتصفها B فهو متوازي أضلاع و بما أن AIBE مستطيل فإن $\angle AIE = 90^\circ$ إذن ACMN مستطيل .

تبرير 6: انظر الرسم

1) بما أن متوازي الأضلاع هو رباعي زواياه المتتالية متكاملة و لدينا $\angle ABC = 60^\circ$ إذن $\angle ADC = 120^\circ$ و $\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

ب) لدينا ABCD متوازي أضلاع لذا $(DC) \parallel (AB)$ و بما أن (AX) هو مستقيم قاطع لـ (DC) و (AB) إذن $\angle B\hat{A}X = \angle D\hat{E}A$ لأنها متقابلتان داخليتا و $\angle AX = 30^\circ$ هو منتصف الزاوية $\angle D\hat{A}B$ إذن $\angle B\hat{A}X = \frac{\angle D\hat{A}B}{2}$ وبالتالي $\angle B\hat{A}X = 30^\circ$ (1)

ج) لدينا [AE] منتصف الزاوية $\angle B\hat{A}D$ إذن $\angle D\hat{E}A = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ و $\angle D\hat{E}A = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ اعتمادا على التبريرين (1) و (2) فالثلث ADE متساوي الضلعين فجميعه الزوايا $\angle D = \angle E = \angle A = 30^\circ$.

2) لدينا [BF] منتصف الزاوية $\angle A\hat{B}C$ إذن $\angle A\hat{B}F = \frac{\angle A\hat{B}C}{2} = 30^\circ$ بنفس الطريقة ثبت أن $\angle A\hat{B}F = 30^\circ$.

ب) لدينا AED مثلث متساوي الضلعين فجميعه زوايا كل مثلث يساوي 180° .
 $\angle A\hat{F}B = \frac{180^\circ - 30^\circ - 60^\circ}{2} = 90^\circ$.

ب) لدينا AED مثلث متساوي الضلعين فجميعه زوايا $\angle A\hat{E}D = 60^\circ$ و $\angle D\hat{E}A = 60^\circ$ و $\angle A\hat{D}E = 60^\circ$.
المسعودي [AB] إذن $(AB) \perp (DE)$ و بما أن $E \in [AX]$ فـ $(AX) \perp (DE)$.

3) لدينا ABCD متوازي أضلاع لذا الزاويتان المتقابلتان $\angle B\hat{A}D$ و $\angle B\hat{C}D$ متساويتان و بما أن $\angle B\hat{A}D = 120^\circ$ فإن $\angle B\hat{C}D = 120^\circ$.
لدينا $\angle B\hat{C}D = 120^\circ$ و $\angle D\hat{C}T = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ و $\angle D\hat{C}T = 60^\circ$ و $\angle D\hat{C}T = 60^\circ$.

المستقيمين (AX) و (CT) لذا الزاويتان $\angle A\hat{E}D$ و $\angle T\hat{C}D$ هما متقابلتان و بما أنهما متساويتان $\angle A\hat{E}D = \angle T\hat{C}D = 60^\circ$.
ب) لنرسم $(AX) \parallel (CT)$ فـ $\angle A\hat{X} = \angle C\hat{T}$ و $\angle A\hat{X} = \angle C\hat{T}$ و $\angle A\hat{X} = \angle C\hat{T}$.

و بما أن $(DE) \perp (AX)$ و $(DE) \perp (CT)$ و $(DE) \perp (AX)$ و $(DE) \perp (CT)$ و $(DE) \perp (AX)$ و $(DE) \perp (CT)$.
و بما أن $\angle A\hat{F}B = 90^\circ$ و $\angle A\hat{F}B = 90^\circ$ و $\angle A\hat{F}B = 90^\circ$ و $\angle A\hat{F}B = 90^\circ$.

تبرير عدد 7: 1) ب) لدينا $A(2, -3)$ و $B(2, 3)$ و $O(0, 0)$ و $A(2, -3)$ و $B(2, 3)$ و $O(0, 0)$.
2) بالنظران $A(2, -3)$ و $C(2, 3)$ متناظران بالنسبة إلى O أصل المحاور فإن لهما نفس القاطعة 2 و ترتيبان متقابلتان و $OA = OB$ و $OA = OB$ و $OA = OB$.

3) بالنظران $A(2, -3)$ و $C(2, 3)$ متناظران بالنسبة إلى O أصل المحاور فإن لهما نفس القاطعة 2 و ترتيبان متقابلتان و $OA = OB$ و $OA = OB$ و $OA = OB$.
لدينا $A(2, -3)$ و $B(2, 3)$ و $C(2, 3)$ و $O(0, 0)$ و $A(2, -3)$ و $B(2, 3)$ و $C(2, 3)$ و $O(0, 0)$.

تبرير عدد 1: 1) صواب 2) صواب 3) خطأ 4) خطأ 5) صواب

تبرير عدد 2:

* في الحالة (1) يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع لأن $\angle D\hat{A}B = 60^\circ$ و $\angle A\hat{B}C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

* في الحالة (2) $\angle A\hat{B}C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ و $\angle B\hat{A}D = 120^\circ$.

إذن الزاويتان $\angle B\hat{A}D$ و $\angle A\hat{B}C$ متساويتان متكاملتان و بالتالي الرباعي ABCD متوازي أضلاع .



تبرير عدد 3: لدينا $AB = CD$ و $CD = AB$ متوازي أضلاع و $DC = CI$ و $DC = CI$ و $DC = CI$.
1) منظر D بالنسبة إلى C و بالتالي $AB = CI$ و $AB = CI$.
2) بما أن $(AB) \parallel (CD)$ و $(AB) \parallel (CD)$ و $(AB) \parallel (CD)$.

من (1) و (2) نستنتج أن ABIC متوازي أضلاع و بما أن $\angle C\hat{A}B = 90^\circ$ فإن ABIC مستطيل .
2) لدينا $(AD) \parallel (CB)$ و $(AD) \parallel (CB)$ و $(AD) \parallel (CB)$.

بما أن I منتصف [BC] و K منتصف [AD] فإن $CI = BK$ و $CI = BK$ و $CI = BK$.
4) من (3) و (4) نستنتج أن JKCD متوازي أضلاع .
3) لدينا ABC مستطيل و $AB = AC$ و $AB = AC$ و $AB = AC$.

و بالتالي $(AI) \perp (BC)$.
ب) نستنتج من (3) أن $(CI) \parallel (KA)$ و بما أن K منتصف [AD] و I منتصف [CB] فإن $\frac{CI}{CB} = \frac{AK}{AB}$.

من (5) و (6) نستنتج أن AJCK متوازي أضلاع و $(CB) \perp (AJ)$ و $(CB) \perp (AJ)$.
تبرير عدد 4: 1) و 2) انظر الرسم



3) بما أن $(DC) \parallel (AB)$ و $(DC) \parallel (AB)$ و $(DC) \parallel (AB)$.
متوازي أضلاع فـ $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$ و $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$ و $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$.
لدينا $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$ و $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$ و $\angle A\hat{N} = \angle C\hat{M}$.

بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن $AB = DC$ و $AB = DC$ و $AB = DC$.
2) $MC = \frac{3}{4} AB$ و $MC = \frac{3}{4} AB$ و $MC = \frac{3}{4} AB$.

من (1) و (2) نستنتج أن $AN = MC$ و بما أن $AN = MC$ و $AN = MC$.
4) بما أن ANCM متوازي أضلاع فإن القطرين [AC] و [NM] لهما نفس المنتصف إذن I منتصف [NM] .

تبرير 5: انظر الرسم
1) بما أن I منتصف [AC] و I منتصف [BD] فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع و $BA = BC$ و $BA = BC$ و $BA = BC$.
أضلاع و بما أن ABC مثلث متساوي الضلعين فجميعه الزوايا $\angle B = 90^\circ$ و $\angle B = 90^\circ$ و $\angle B = 90^\circ$.
2) ABCD متوازي أضلاع و بما أن AIBE متوازي أضلاع فهو مستطيل .

تمرين عدد 01:

- 1- ليكن V_A حجم الجسم (A): $V_A = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 4\pi \times \frac{6^3}{3} = 288\pi \text{ cm}^3$
- 2- ليكن V_B حجم الجسم (B) و h ارتفاعه و B مساحة قاعدته. إذن $V_B = \frac{1}{3} B h$

$$B = \frac{3V_B}{h} = \frac{3 \times 288\pi \times 3.14}{9.42} = 288\pi \text{ cm}^2$$

$$EF = \frac{2 \times B}{EG} = \frac{2 \times 288}{36} = 16 \text{ cm} \quad \text{إذن} \quad B = \frac{EF \times EG}{2}$$

تمرين عدد 02:

ليكن V_T حجم المخروط الكبير (ارتفاعه h) و V_1 حجم المخروط الصغير (ارتفاعه $\frac{h}{2}$).
بما أن مرآم أكثر من سبعة فإن القطعة التي تحصنت عليها سبعة حجمها V_T والقطعة التي تحصنت عليها مرآم حجمها

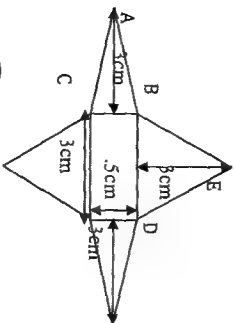
$$V_2 = V_T - V_1 \quad O'A = \frac{OA}{2}$$

$$V_1 = \frac{\pi \times (O'A)^2 \times \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \times \left(\frac{OA}{2}\right)^2 \times \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \times OA^2 \times h}{4 \times 2 \times 3} = \frac{1}{8} V_T$$

$$V_2 = V_T - V_1 = \frac{7}{8} V_T$$

إذن $V_2 = V_T - V_1 = \frac{7}{8} V_T$

تمرين عدد 03: (1) انظر الرسم
1- المساحة الجولية الهرم هي



$$BC \times BD + 2 \left[\frac{BC \times 3}{2} + \frac{BD \times 3}{2} \right] = 3 \times 1.5 + 2 \left[\frac{1.5 \times 3}{2} + \frac{3 \times 3}{2} \right]$$

$$= 4.5 + 2 \left[\frac{4.5}{2} + \frac{9}{2} \right] = 18 \text{ cm}^2$$

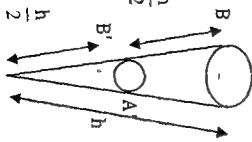
تمرين عدد 04:

ليكن V_T حجم الجسم (S₁)

$$V_1 = \pi R^3 + \frac{1}{2} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad V_1 = (\pi R^2 \times R) + \left(\frac{\pi R^2 \times R}{3} \right)$$

$$V_1 = \pi R^3 + \frac{1}{2} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad V_1 = (\pi R^2 \times R) + \left(\frac{\pi R^2 \times R}{3} \right)$$

$$V_1 = \pi R^3 + \frac{1}{2} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad V_1 = (\pi R^2 \times R) + \left(\frac{\pi R^2 \times R}{3} \right)$$



- 2 و (2-) إذن B و C متوازيان بالصفة إلى محور الترتيبات (OJ).
(ج) لدينا B و C متوازيان بالصفة إلى محور الترتيبات (OJ) لذا المستقيم (OJ) هو المتوسط العمودي لقطعة المستقيم [BC] وبالتالي (BC) \perp (OJ) و (OJ) \perp (OI) و (OI) \perp (OE) إذن:

$$(BC) \parallel (OI) \quad (1) \quad \text{وبما أن} \quad (OI) \text{ هو المتوسط العمودي لقطعة المستقيم} [AB] \text{ فإن} \quad (AB) \perp (OI) \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \text{ نستنتج أن} \quad (BA) \perp (BC) \text{ وبالتالي} \quad ABC \text{ قائمة الزاوية في} \quad A.$$

$$(3) \quad A \text{ لدينا} \quad B(2, 3) \text{ و} \quad E(-2, -3) \text{ لذا النقطتان} \quad B \text{ و} \quad E \text{ فاصلتهما وترتيبتها} \quad [EB]$$

$$\text{مقابلتان لأن هما متوازيتان بالصفة إلى أصل المعين} \quad O \text{ وبالتالي} \quad O \text{ منتصف} \quad [EB]$$

$$(ب) \text{ بما أن} \quad O \text{ منتصف} \quad [EB] \text{ و} \quad O \text{ منتصف} \quad [AC] \text{ فإن القطرتين} \quad [AC] \text{ و} \quad [EB] \text{ يتقاطعتان} \text{ في منتصفيهما لذا الرباعي} \quad ABCE \text{ هو متوازي أضلاع و} \quad A \text{ الزاوية في} \quad A \text{ مستطيل.}$$

$$ABC \text{ قائمة الزاوية في} \quad A \text{ إذن} \quad ABCE \text{ مستطيل.}$$

$$\text{تمرين عدد 08:} \quad A(1, 0), \quad B(0, 1), \quad E(-1, 2), \quad F(1, 2) \text{ و} \quad G(0, 4)$$

$$(ب) \text{ لدينا} \quad E \text{ و} \quad B \text{ عليهما نفس الترتيبات} \quad 2 \text{ و فاصلتان متقابلتان} \quad (OB) \text{ يعني المستقيم} \quad (OB) \text{ هو المتوسط العمودي}$$

$$\text{للقطعة} \quad [EF] \text{ ولدينا} \quad G(0, 4) \text{ و} \quad G \in (OB) \text{ و} \quad G \in (OB) \text{ و} \quad G \in (OB) \text{ هو المتوسط العمودي}$$

$$[EF] \text{ يعني أن} \quad (OG) \perp (EF) \text{ النقطة} \quad (H(0, 2)) \text{ هي منتصف} \quad [EF] \text{ و منتصف} \quad [OG]$$

$$\text{إذن الرباعي} \quad OFGE \text{ قطره متعامدان في منتصفيهما فهو متين.}$$

$$(2) \quad EF \times OG = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ cm}^2 \quad \text{ب.} \quad OG = 4 \text{ cm} \text{ و} \quad EF = 2 \text{ cm} \quad (1)$$

$$\text{تمرين عدد 09:} \quad (2) \quad \text{ب} \quad 30^\circ = \frac{60^\circ}{2} \quad \text{لذا} \quad \hat{D}AE = \frac{\hat{B}AD}{2}$$

$$* \text{ في متوازي الأضلاع} \quad ABCD \text{ الزوايا المتقابلة متساوية أي} \quad \hat{A}DC = \hat{A}BC \text{ و}$$

$$120^\circ = \frac{240^\circ}{2} = \frac{360^\circ - 120^\circ}{2} \quad \hat{D}AB = 60^\circ \quad \hat{A}DC = \frac{360^\circ - 120^\circ}{2}$$

$$\text{زوايا متوازي الأضلاع يساوي} \quad 360^\circ \text{ فإن}$$

$$* \text{ في المثلث} \quad ADE \text{ لدينا} \quad \hat{A}ED = 180^\circ$$

$$\text{لذا} \quad \hat{A}ED = 180^\circ - (\hat{D}AE + \hat{A}DE) = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\text{ج- لدينا} \quad \hat{A}ED = 30^\circ \text{ لذا المثلث} \quad ADE \text{ مثلث قائم الزاوية في} \quad D \text{ إذن} \quad DE = AD = 6 \text{ cm}$$

$$\text{د- لدينا} \quad DE = AF \text{ و} \quad DE \parallel AF \text{ (لأن} \quad \hat{A}F) \parallel (DE) \text{ لذا الرباعي} \quad ADEF \text{ له ضلعان متقابلان متوازيان و متقابلان إذن هو}$$

$$\text{متوازي أضلاع. و بما أن} \quad AD = DE \text{ فإن} \quad ADEF \text{ هو معين}$$

$$\text{أ/ب لدينا} \quad [HK] = [AE] \text{ (بمثلثان قطران للدائرة} \quad (O) \text{ و} \quad (AE) \perp (HK) \text{ لأن} \quad ADEF \text{ معين لذا قطراه متعامدان)} \text{ و}$$

$$O \text{ منتصف كل من} \quad [AE] \text{ و} \quad [HK] \text{ لذا الرباعي} \quad AHEK \text{ قطراه متعامدان في منتصفيهما و متقابلان إذن هو مربع.}$$

$$\text{تمرين عدد 10:} \quad 26 \text{ cm}^2$$

النسبة المئوية لامتلاء الصولنج 8.02149% $9067.5 \times 100 = 8021.49$
113040

تمرين عدد 11 : (1) حجم رأس المسمل $\pi \times 3 \times 3 \times 1 = 9\pi \text{ mm}^3$

حجم بدن المسمل $\pi \times 2 \times 2 \times 120 = 480\pi \text{ mm}^3$
حجم الجزء المخروطي $\frac{\pi \times 2 \times 2 \times 4}{3} = \frac{16\pi}{3}$

حجم المسمل $\text{mm}^3 = 1483\pi = \frac{16\pi}{3} + \frac{1440\pi}{3} + \frac{27\pi}{3} = \frac{15522067}{3}$
المسمل هي $1.5522067 \times 7.8 = 12.107 = 12.107212 \text{ g}$

تمرين عدد 12 : ليكن V هو قيس حجم المسبح ويساوي الفارق بين قيسي حجمي الهرمين SABCD و SERGH. إذن:
 $V = \frac{25^3 \times \text{SI}}{3} - \frac{20^3 \times \text{SO}}{3} = \frac{625 \times 25 - 400 \times 20}{3} = \frac{2541.67}{3} = 2541.67 \text{ m}^3$

سعة المسبح بالمتر: $C = 2541.67 \text{ m}^3 = 2541670 \text{ l}$
الوقت اللازم لملئه من الحنفية بالثانية: $T = \frac{2541670}{127083} = 19.99$
الوقت بالمساعة والقيقة والثانية: 35 ساعة و 18 دقائق و 3 ثواني.

تمرين عدد 13 : (1) ارتفاع الاسطر انية: $h = 8r$

(2) حجم 4 كرة هو: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{16\pi}{3} r^3$ حجم الفراغ $V = 8\pi r^3 - \frac{16\pi}{3} r^3 = \frac{24\pi r^3 - 16\pi r^3}{3} = \frac{8\pi r^3}{3}$

تمرين عدد 14 : تعريف عدد:
حجم المادة المكونة للعبة:

$V = \frac{4}{3} \pi \times (3.6)^3 - \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 46.656 - \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27 = 195.3312 - 113.04 = 82.29312 \text{ m}^3$

تكلفة بناء اللعبة بالدينار: $82.29312 \times 300 = 24687.936 \text{ DT}$

تمرين عدد 15 :

1- حجم المخروط هو $h = 103.62$ إذن $\frac{\pi \times 3^3 \times h}{3} = \frac{103.62}{3}$

2- الجسم المتكون من العنبر هو مخروط ارتفاعه $h = SO$ و شعاعه $r = OA'$ وحجمه $V' = \frac{\pi \times r'^2 \times h'}{3}$

إذن $\frac{SO'}{OA'} = \frac{r'}{r}$ و بالتالي $\frac{h'}{h} = \frac{r'}{r}$

إذن $h^3 = \frac{14.13 \times 48}{\pi} = 216$ فإن $V' = 14.13 \text{ cm}^3$ و بما أن $V = \frac{\pi \times (h')^3 \times h'}{3} = \frac{\pi \times h^3}{48}$

نظم أن $h^3 = 2^3 \times 3^3 = 6^3$ إذن $h = 6 \text{ cm}$

تمرين عدد 05 :

1- أ- طول قيس $\frac{4 \times 2 \times \pi \times 120}{360} = \frac{8}{3} \pi \text{ cm}$ يساوي $\frac{8}{3} \pi \text{ cm}$

ب- بما أن طول $[AB]$ هو محيط قاعدة المخروط إذن $\pi R \times 2 = \frac{8}{3} \pi$ إذن $R = \frac{4}{3} \text{ cm}$

2- ليكن x قيس المساحة الجانبية للمخروط بالـ cm^2
 $x = \pi R^2 + SA \times R \times \pi = \pi \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{4}{3}\right) \times \pi = \frac{16}{9} \pi + \frac{64}{9} \pi = \frac{80}{9} \pi = 27.91 \text{ cm}^2$

2- ليكن V حجم المخروط بالـ cm^3 ارتفاعه h إذن $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ و $h = \frac{3V}{\pi R^2} = \frac{3 \times 28\pi}{\pi \times \left(\frac{4}{3}\right)^2} = 47.25 \text{ cm}$

تمرين عدد 06 : قيس حجم الجسم $\left(\pi \times x^2 \times 2x \right) + \left(\frac{\pi x^2 \times x}{3} \right) = 2x^3 \pi + \frac{\pi x^3}{3} = \frac{7x^3 \pi}{3}$

تمرين عدد 07 : (1) حجم الثراب المستخرج من البئر: $V_1 = 3.14 \times 1^2 \times 12 = 37.68$

(2) حجم الثراب المحمول بكل شاحنة: $V_2 = 0.5 \times 1.2 \times 3 = 1.8 \text{ m}^3$

عدد الشاحنات اللازمة لنقل الثراب: $N = \frac{V_1}{V_2} = \frac{37.68}{1.8} = 20.93 \text{ m}$

(3) حجم الماء بالمتر المكعب: $V_3 = 3.14 \times 1^2 \times 1.7 = 5.338 \text{ m}^3$

(4) حجم الكرة التي سقطت في البئر: $V_4 = 20^3 \times \frac{4}{3} \times \pi = 33493.33 \text{ cm}^3$

الحجم الجلي للكرة و الماء: $V_3 + V_4 = 5338000 + 33493.33 = 5371493.33 \text{ cm}^3$

ارتفاع الماء بالبئر بعد رمي الكرة به: $h = \frac{5371493.33}{3.14 \times (100)^2} = 171 \text{ cm} = 1.71 \text{ m}$

تمرين عدد 08 : أ- ليكن V حجم قطعة الذهب فإن V يساوي حجم الماء المسال $V = 60 \text{ ml} = 60 \text{ cm}^3$

ب- كثافة هذه القطعة من الذهب $D = \frac{360}{60} = 6 \text{ g/cm}^3$

تمرين عدد 09 : لتعتبر T كتلة الإيذاء فار غا فإن $500 = T + 0.91V = T + 0.91 \times 400 = T + 364$

تمرين عدد 10 :

أ- حجم الناتج المتجمع فوق سطح المنزل $V = 130 \times 50 \times 1.5 = 9750 \text{ dm}^3$

ب- كتلة الناتج المتجمع فوق سطح المنزل $p = 9750 \times 0.93 = 9067.5 \text{ kg}$

ج- كتلة الناتج تساوي كتلة الماء الناتج عن ذوبان: ونظم أن 1 dm^3 من الماء يزن 1 kg إذن حجم الماء الناتج عن ذوبان الناتج يساوي: $9067.5 \times 1.5 = 13601.25 \text{ dm}^3$

شعاع الصبرج كروي الشكل: $R = \frac{6}{2} \text{ m} = 3 \text{ m} = 30 \text{ dm}$

حجم الصبرج: $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 113040 \text{ dm}^3$

12/ (ب) لدينا F و E' منطرتي G و E بالنسبة إلى I و بما أن التقاطع المركزي يحافظ على البعد فإن $EG = FE'$ و نعلم أن $EG = FG$ إذن $FE' = FE'$
 3/ لدينا $[FE']$ منطرفة $[EG]$ بالنسبة إلى I لذا : $[FE'] \parallel [EG]$ و لدينا $[FG] \parallel [EG]$ منطرفة $[EG]$ بالنسبة إلى I لذا $[FE'] \parallel [EG] \parallel [FG]$ هذا يعني أن التقاطع E' و F و G على استقامة واحدة و بما أن $FG = FE'$ فإن F منتصف $[E'G]$ و بالتالي E' و G' متناظرين بالنسبة إلى F .

14/ منطرفة الزاوية FGE' بالنسبة إلى I هي الزاوية FGE' و نعلم أن التقاطع المركزي يحافظ على القيمة الزاوية إذن $\widehat{EG'F} = \widehat{FGE} = 45^\circ$

مثال عدد 2

فرض مراقبة عدد 1

تبرين عدد 01

العدد	916	5175	7300	9072
قابل القسمة على 4	X		X	
قابل القسمة على 8				X
قابل القسمة على 9		X		X
قابل القسمة على 25			X	

تبرين عدد 2

$$\begin{aligned} b &= 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11 \\ b &= 5^2 \times (2^2 \times 3^3 \times 11) \\ b &= 25 \times (2^2 \times 3^3 \times 11) \end{aligned}$$

نلاحظ أن العدد b يكتب في صيغة $b = 25 \times a$ حيث $a = 2^2 \times 3^3 \times 11$ و هذا يعني أن العدد b قابل القسمة على 25.
 ب/ خارج القسمة الإقليدية للعدد b على 25 هو $a = 2^2 \times 3^3 \times 11$

$$\begin{aligned} b+1 &= 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 11 + 1 \\ b+1 &= 3^2 \times (2^2 \times 5^2 \times 11) + 1 \\ b+1 &= 9 \times (2^2 \times 5^2 \times 11) + 1 \end{aligned}$$

خارج القسمة الإقليدية للعدد $b+1$ على 9 هو $2^2 \times 5^2 \times 11$ و البقي هو 1 لأن $1 > 0$
 $\frac{7}{5} \in C, \frac{-13}{4} \in A, C \subset \mathbb{Q}, B \subset \mathbb{N}, A \subset \mathbb{D}, C \subset \mathbb{Z} \wedge$

تبرين عدد 3

$$\begin{aligned} A \cap C &= \left\{0; \frac{9}{5}\right\} \quad A \cap C = \left\{0; \frac{9}{5}\right\} \\ A \cup B &= \left\{0; -\frac{13}{4}; -9; 1, 8; \frac{9}{5}; 5; -7; -3; 19\right\} \\ C \cap \mathbb{Q} &= \left\{0; \frac{9}{5}; \frac{5}{3}; \frac{17}{8}\right\} \quad B \cap \mathbb{N} = \{0; 5; 19\}, A \cap \mathbb{Z} = \{0; -9; 5\} \end{aligned}$$

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 1

تبرين عدد 1: أ- صواب / ب- خطأ / ج- خطأ / د- صواب

$$\begin{aligned} \text{تبرين عدد 2:} & \frac{2^9 \times 9}{1} = 2^9 \times (3+1) = 2^9 \times (2^3 + 1) = 2^9 \times 2^3 + 2^9 = 2^{9+3} + 2^9 = 2^{12} + 2^9 \\ & \frac{x}{9} = 2^9 \text{ و } \frac{y}{5} = 2^{91} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب/} & 2^9 \times 5 = 2^9 \times (4+1) = 2^9 \times (2^2 + 1) = 2^9 \times 2^2 + 2^9 = 2^{9+2} + 2^9 = 2^{11} + 2^9 \\ & x+y = 2^{94} + 2^{93} + 2^{91} = 2^{94} + 2^{93} + 2 \times 2^{91} = 2^{94} + 2^{93} + 2^{91} \times 2^2 + 2 \times 2^{91} \\ & = 2^{94} \times (2^3 + 2^2 + 2) = 2^{94} \times (8+4+2) = 2^{94} \times 14 = 2^{94} \times 2 \times 7 = 2^{95} \times 7 = 2^{95} \times 7 \end{aligned}$$

$$\frac{x+y}{7} = 2^{95} \times 7 = 2^{95}$$

تبرين عدد 2:

$$\begin{aligned} N \cap F &= \{0; 1\} \\ G \cap Z_+ &= \{0; 4\} \\ Z \cup F &= \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$E \cap Z_- = \left\{0; -3; -\frac{12}{3}\right\}$$

$$E \cup F = \left\{0; -3; -4; -1; -5; \frac{15}{2}\right\}$$

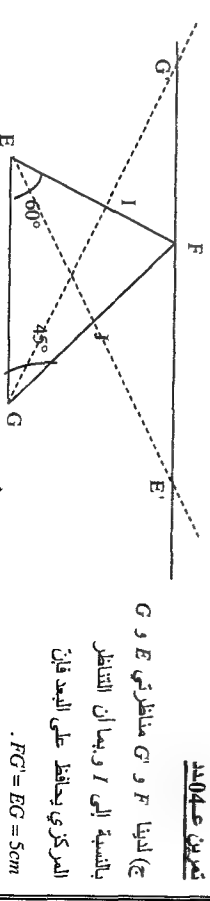
$$E \cup G = \left\{0; -1; -3; -\frac{15}{3}; 4; \frac{15}{2}; 1; \frac{-12}{3}\right\}$$

$$E \cap F = \{0; -3; -4; 1\}$$

$$F \cap G = \{0\}$$

$$Z \cap E = \left\{0; -3; -\frac{12}{3}; 1\right\}$$

تبرين عدد 04



ج) لدينا F و E' منطرتي G و E بالنسبة إلى I و بما أن التقاطع المركزي يحافظ على البعد فإن $FC' = EG = 5cm$.

$$ب) \quad x = 0 \text{ و } y = -\frac{2}{3}$$

$$A = \frac{1}{2}x - 2xy + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{2} \times 0 - 2 \times 0 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = 0 - 0 - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$$

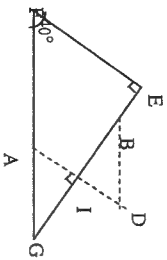
$$ج) \quad x = \frac{5}{2} \text{ و } y = -\frac{1}{2}$$

$$A = \frac{1}{4}x - 2xy + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{5}{2}\right) - 2 \times \left(\frac{5}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{5}{8} + \frac{5}{4} - \frac{1}{4} - 1 = \frac{15}{8}$$

$$د) \quad x = -\frac{7}{3} \text{ و } y = -\frac{3}{4}$$

$$A = \frac{1}{4}x - 2xy + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{7}{3}\right) - 2 \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{4}\right) - 1 = \left(-\frac{7}{12}\right) - \left(\frac{7}{2}\right) - \frac{3}{8} - 1 = -\frac{131}{24}$$

تمرين عدد 4



1/ نعلم أن في مثلث قائم الزاويتان الحادتان هما متتامتان وبما أن المثلث EFG قائم الزاوية في E

$$\text{فإن } \angle EFG = 90^\circ - \angle FEG = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \text{ يعني } \angle EFG + \angle EGF = 90^\circ$$

2/ لدينا I المسقط العمودي لـ A على (EG) لذا : $(AI) \perp (EG)$ ونعلم أن المثلث EFG قائم الزاوية في E لذا

$(EF) \perp (EG)$ هذا يعني أن (AI) و (EF) يمثلان نفس المستقيم (EG) إذن هما متوازيان : $(AI) \parallel (EF)$

ج) الزاويتان $IA\hat{G}$ و $EF\hat{G}$ حاصلتين عن تقاطع المتوازيين (EF) و (AI) مع المستقيم (FG) .

و بما أن $IA\hat{G}$ و $EF\hat{G}$ هما زاويتان متتامتان فإنهما متتامتان أي : $IA\hat{G} = EF\hat{G} = 40^\circ$

3/ لدينا B و D منظرني G و A بالنسبة إلى I لذا : منظر المستقيم (AG) بالنسبة إلى I هو المستقيم الموزون

لـ (BD) إذن $(AG) \parallel (BD)$

ج) الزاويتان $DB\hat{I}$ و $AG\hat{I}$ حاصلتان عن تقاطع المتوازيين (AG) و (BD) مع المستقيم (BG) وبما أن $DB\hat{I}$

$AG\hat{I}$ هما زاويتان متتامتان داخليا فإنهما متتامتان أي $50^\circ = \angle AG\hat{B} = \angle DB\hat{I}$

تمرين عدد 4

1/ -ب- منظر B بالنسبة إلى I هي C .

ج- لدينا D و C منظرني A و B بالنسبة إلى I .

بما أن المنظر المركزي يحافظ على البعد فإن $AB = DC$.

د- منظر الزاوية $B\hat{A}C$ بالنسبة إلى I هي $D\hat{C}I$

بما أن المنظر المركزي يحافظ على أقيسة الزوايا فإن : $B\hat{D}C = 90^\circ = \hat{B}\hat{A}C$

2) لدينا منظر $A\hat{C}B$ بالنسبة إلى I هي $C\hat{B}D$ إذن $A\hat{C}B = C\hat{B}D$

$$A\hat{B}D = A\hat{B}C + C\hat{B}D = A\hat{B}C + A\hat{C}B = 90^\circ$$

في الرباعي $ABDC$ لدينا $90^\circ = \hat{B}\hat{D}C = \hat{A}\hat{B}D = \hat{C}\hat{A}B$ إذن هو مستطيل

3/ -ب- منظر الزاوية التي مركزها C و شعاعها AC هي الدائرة التي مركزها C و شعاعها AC

4) المنظر C و B منظرني النقطتين C و B بالنسبة إلى I بالنظر المحوري بالنسبة إلى (AC) بما أن المنظر

المحوري يحافظ على البعد فإن $B'C' = BC$ نستنتج أن $B'C' = B'C$ إذن الرباعي $BCB'C'$ إذن هو معين

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 2

تمرين عدد 1

تمرين عدد 2

$$A = \left(\frac{4}{3} - x\right) - \left(x + \frac{1}{4}\right) + \left(x - \frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3} - x - \frac{1}{4} + x - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} = -x + \frac{1}{4}$$

$$B = \left(-\frac{1}{3} + x\right) - \left(x - \frac{5}{9}\right) + (x - 1) = -\frac{1}{3} + x - x + \frac{5}{9} + x - 1 = \left(x - x + x\right) + \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{9} - 1\right) = x - \frac{7}{9}$$

$$C = (x - 2) + \left(\frac{6}{5} - x\right) - (3x + 3) = -x + 2 + \frac{6}{5} - x + 3x - 3 = (-x - x + 3x) + \left(2 + \frac{6}{5} - 3\right) = x + \frac{1}{5}$$

(ب)

$$A + B = \left(-x + \frac{1}{4}\right) + \left(x - \frac{7}{9}\right) = -x + \frac{1}{4} + x - \frac{7}{9} = (-x + x) + \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{9}\right) = 0 + \left(-\frac{19}{36}\right) = -\frac{19}{36}$$

$$B - C = \left(x - \frac{7}{9}\right) - \left(x + \frac{1}{5}\right) = x - \frac{7}{9} - x - \frac{1}{5} = (x - x) + \left(-\frac{7}{9} - \frac{1}{5}\right) = 0 + \left(-\frac{44}{45}\right) = -\frac{44}{45}$$

تمرين عدد 3

(أ) $x = -1$ و $y = -2$

$$A = \frac{1}{4}x - 2xy + \frac{1}{2}y - 1 = \frac{1}{4} \times (-1) - 2 \times (-1) \times (-2) + \frac{1}{2} \times (-2) - 1 = -\frac{1}{4} - 4 - 1 - 1 = -6$$

(3) (أ) لدينا مناظر $[EC]$ بالنسبة إلى I هو $[FA]$ و مناظر $[EF]$ بالنسبة إلى I هو $[FE]$

إذا فإن منظر الزاوية $F\hat{E}G$ بالنسبة إلى I هي الزاوية $E\hat{F}A$

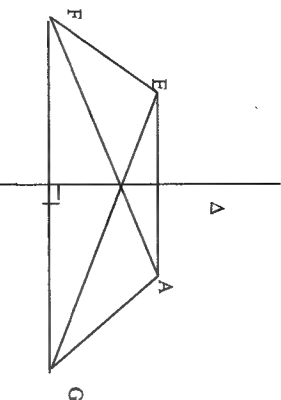
(ب) بماتن التتظر المركزى يحافظ على اقيسة الزوايا فان $E\hat{F}A = F\hat{E}G = 52^\circ$

(ج) لدينا EFA و FEG هما زاويتان حاصلتان عن تقاطع المستقيمين (EF) و (AF) مع المستقيم (EG) و بما أن EFA و FEG هما زاويتان متبادلتان داخليا و متقابلتان فإن المستقيمين (EG) و (AF) متوازيان : $(AF) \parallel (EG)$

$$C = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 \times \left(-\frac{25}{4}\right)^2}{\left(-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\left(-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right)^5 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^2}{\left(-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}\right)^7 \times \frac{3^4}{9^3} \times \frac{3^7}{2^7}} = \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)^5 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4}{\frac{3^4 \times 3^7}{9^3} \times \frac{2^3}{2^7}} = \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)^5 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4}{\frac{3^{11}}{3^6} \times \left(-\frac{2}{2^7}\right)} = \frac{\left(-\frac{2}{5}\right)^5 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4}{3^5 \times (-2^{-4})}$$

$$C = \frac{-\frac{2}{5} \times (-1)^4}{-3^5 \times \frac{1}{2^4}} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{3^5}{2^4}} = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2^4}{3^5}\right)$$

$$C = \frac{2^5}{5 \times 3^5} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{1}{5} \times \frac{32}{243} = \frac{32}{1215}$$



د- لدينا D الوسط العمودي لـ $[FG]$ لذا F و G متناظران بالنسبة إلى D ونعلم أن التناظر المحوري يحافظ على البعد إذن $FE = AG$ كما أن التناظر المحوري يحافظ على القسمة الزاوية EFG بالنسبة إلى D هي الزاوية AGF فإن $AGF = EFG$ بالقياس الثاني، وبالتالي:

في المثلثين AFG و EBG لدينا:

$$EF = AG$$

$$AGF = EFG$$

* $[FG]$ ضلع مشترك.

إذن المثلثان AFG و EBG متطابقان حسب الحالة الثانية لتقليص المثلثات.

ومن هنا نستنتج أن عناصرهما المتطابقة الأخرى متطابقة ومنها $AF = EG$

و- في المثلثين EAF و EAG لدينا:

* $[EA]$ ضلع مشترك

$$AG = EF$$

مثال ع 2

فرض مراقبة عدد 3

تبرين ع 01

- ☒ a^{m-n} ☒ $-4,5691237 \times 10^{-2}$
☒ ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما ☒ ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في الثانية.

☒ $AB = DC$

تبرين ع 02

$$\left(\frac{5}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^5 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \left(\frac{5}{3}\right)^9$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{4}\right)^6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^6 = \left[\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{4}{3}\right)\right]^6 = (-1)^6 = 1$$

$$(-27)^3 \times (-81)^5 = [(-3)^3]^3 \times [(-3)^4]^5 = (-3)^9 \times (-3)^{20} = -[(-3)^9 \times 3^{20}] = -[(-3)^9 \times (-3)^{20}] = -(-3)^{29} = 3^{29}$$

$$\frac{2^6}{3} \times \left(-\frac{729}{512}\right) \times 3 = \frac{2^6}{3^4} \times \left(-\frac{3^6}{2^9}\right) \times 3 = -\frac{2^6 \times 3^6 \times 3}{2^9 \times 3^4} = -2^{-3} \times \frac{3^7}{3^4} = -2^{-3} \times 3^3 = -\frac{3^3}{2^3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$$

تبرين ع 03

$$A = \left(\frac{-3}{2}\right)^{-19} \times \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \left[\frac{-3}{2}\right]^{-19} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$A = \left[-\frac{3}{2} \times \frac{4}{6}\right]^{-19} \times \frac{1}{4} = (-1)^{-19} \times \frac{1}{4} = (-1) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$B = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^5 \times \frac{4}{5}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}} \times \left(-\frac{213}{5}\right)^0$$

$$B = \frac{\left(\frac{-3}{2}\right)^5 \times \frac{4}{5}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{5}{4}} \times 1 = \left(\frac{-3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{+3}$$

$$B = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2} \times \frac{4}{5}\right)^3 = \left(-\frac{6}{5}\right)^3 = -\frac{216}{125}$$

$$E + F = -\frac{17}{4}x^2 - \frac{17}{4}y^2 + \frac{17}{4}x^2 + \frac{17}{4}y^2 = \left(-\frac{17}{4}x^2 + \frac{17}{4}x^2\right) + \left(-\frac{17}{4}y^2 + \frac{17}{4}y^2\right) = 0 + 0 = 0$$

ب/ نستنتج أن E و F متقابلين

$$x = y = -2$$

$$E = -\frac{17}{4}x^2 - \frac{17}{4}y^2 = -\frac{17}{4}(-2)^2 - \frac{17}{4}(-2)^2 = -\frac{17}{4} \times 4 - \frac{17}{4} \times 4 = -17 - 17 = -34$$

$$F = -E = 34 \text{ فإن } E + F = 0$$

تمرين ع04دد

انجز الرسم.

ج/ لدينا A و G متناظران بالنسبة إلى E لذا $EG = EA$
و لدينا $B\hat{E}A$ و $G\hat{E}F$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس إذن هما متقيستان

إذن في المثلثين القائمين ABE و EFG لدينا :

$$EG = EA$$

$$BEA = GEF$$

إذن المثلثان ABE و EFG متقيسان حسب الحالة الأولى لتقيس المثلثات القائمة.

د/نتج عن تقيس المثلثين EFG و EAB أن بقية عناصرهما الظاهرة الأخرى متقيسة و منها $EF = EB$
و بما أن التقاطع E و F و B على استقامة واحدة فإن E منتصف $[BF]$ وبالتالي F و B متناظران بالنسبة إلى E .

هـ/في المثلثين EGB و EFA لدينا :

$$EG = EA$$

$$GEB = FEA$$

إذن المثلثان EGB و EFA متقيسان حسب الحالة الثانية لتقيس المثلثات.

فرض مراقبة عدد4

تمرين ع01دد

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{a^2 - b^2}{b}\right)$$

ب/ $|a|$

ج- الزر و زاوية حادة في أحدهما الزر و زاوية حادة في الثاني / الزر و ضلع قائم في أحدهما الزر و ضلع قائم في الثاني

د- مقاييس الضلعين

تمرين ع02دد

$$E = (a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 = F$$

$$E = F$$

$EG = AF$ *
إذن المثلثان EAG و EAF متقيسان حسب الحالة الثالثة لتقيس المثلثات وبالتالي زواياها الظاهرة متقيسة أي :

$$A\hat{E}G = E\hat{A}F \text{ و } E\hat{A}G = A\hat{E}F \text{ و } A\hat{G}E = E\hat{F}A$$

1 مثل عدد

فرض مراقبة عدد4

تمرين ع01دد

أ) خط ؛ ب) خط ج/ خط د- خط

2) $a - b$ ؛ ب) الحالة الأولى لتقيس المثلثات القائمة

تمرين ع02دد

أ/

$$A = -2(x - \frac{3}{4}y) + 4(\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}y) = [-2x - (-2) \times \frac{3}{4}y] + [4 \times \frac{1}{2}x - 4 \times \frac{1}{6}y] = (-2x + \frac{3}{2}y) + (2x - \frac{2}{3}y)$$

$$= -2x + \frac{3}{2}y + 2x - \frac{2}{3}y = (-2x + 2x) + (\frac{3}{2}y - \frac{2}{3}y) = 0 + (\frac{3}{2} - \frac{2}{3})y = \frac{5}{6}y$$

$$B = -\frac{3}{2}(x - \frac{2}{5}y + 2) - \frac{1}{5}(3y - 5x - 15) = \left[-\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x - \left(-\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}y - \frac{3}{2} \times 2\right) - \left[\frac{1}{5} \times 3y - \frac{1}{5} \times 5x - \frac{1}{5} \times 15\right]\right]$$

$$B = \left(-x + \frac{3}{5}y - 3\right) - \left(\frac{3}{5}y - x - 3\right)$$

$$= -x + \frac{3}{5}y - 3 - \frac{3}{5}y + x + 3 = (-x + x) + \left(\frac{3}{5}y - \frac{3}{5}y\right) + (-3 + 3) = 0 + 0 + 0 = 0$$

ب/

$$X = (a+1)(b+2) - (a+1)(b+3) = (a+1)[(b+2) - (b+3)] = (a+1)(b+2-b-3)$$

$$= (a+1)(-1) = -(a+1)$$

$$Y = (2a-1)b - 2a + 1 = (2a-1)b - (2a-1) = (2a-1)(b-1)$$

تمرين ع03دد

$$E = \frac{3}{4}(x^2 + y^2) - 5(x^2 + y^2) = \left[\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}y^2\right] - [5x^2 + 5y^2] = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}y^2 - 5x^2 - 5y^2$$

$$= \left(\frac{3}{4}x^2 - 5x^2\right) + \left(\frac{3}{4}y^2 - 5y^2\right) = \left(\frac{3}{4} - 5\right)x^2 + \left(\frac{3}{4} - 5\right)y^2 = -\frac{17}{4}x^2 + \left(-\frac{17}{4}\right)y^2 = -\frac{17}{4}x^2 - \frac{17}{4}y^2$$

$$F = 17\left(\frac{x^2}{4} - 5\right) - 17\left(\frac{y^2}{4} - 5\right) = \left[17 \times \frac{x^2}{4} + 17 \times 5\right] - \left[17 \times 5 - 17 \times \frac{y^2}{4}\right] = \left(\frac{17}{4}x^2 + 85\right) - \left(85 - \frac{17}{4}y^2\right)$$

$$F = \frac{17}{4}x^2 + 85 - 85 + \frac{17}{4}y^2 = \frac{17}{4}x^2 + \frac{17}{4}y^2$$

مثال عدد 1

فرض ثالثي عدد 2

تبرين عدد 01: أ/ صواب ، ب/ صواب ، ج/ صواب ، د/ خطأ

تبرين عدد 02

$$A = 2x^3 \left(\frac{3}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \right) = 2x^3 \times \frac{3}{4}x^3 - 2x^3 \times \frac{1}{2}x^2 + 2x^3 \times x - 2x^3 = \frac{3}{2}x^6 - x^5 + 2x^4 - 2x^3$$

$$B = -\frac{1}{3}(y+1)(2y-3)(y-1) = -\frac{1}{3}[y \times 2y - 3y + 2y - 3](y-1) = -\frac{1}{3}(2y^2 - y - 3)(y-1) = -\frac{1}{3}[2y^3 - y^2 - 3y^2 + y + 3] = -\frac{1}{3}(2y^3 - 3y^2 - 2y + 3)$$

$$E = -6a(2b-1) - 2b(2b-1) = -2(2b-1)(3a+b)$$

$$F = -5(b-1)(a+1) - 10(a-1)(1-b) = 5(1-b)(a+1) - 10(a-1)(1-b) = 5(1-b)[(a+1) - 2(a-1)] = 5(1-b)(a+1-2a+2) = 5(1-b)(3-a)$$

تبرين عدد 03: أ

$$E = \frac{\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 (2y^2)^5}{\frac{4}{3}x^9y^{10}} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times x^6 \times y^3 \times 2^5 \times y^{10}}{\frac{4}{3} \times x^9 \times y^{10}} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 2^5 \times x^6 \times y^3}{\frac{4}{3} \times x^9 \times y^3} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 2^5}{\frac{4}{3}} \times \frac{x^6}{x^9} \times \frac{y^3}{y^3} = \frac{-\frac{1}{8} \times 32}{\frac{4}{3}} \times \frac{x^6}{x^9} \times \frac{y^3}{y^3} = \frac{-4}{\frac{4}{3}} \times \frac{x^6}{x^9} \times \frac{y^3}{y^3} = -3 \times \frac{x^6}{x^9} \times \frac{y^3}{y^3} = -3 \times \frac{y^3}{x^3} = -3 \left(\frac{y}{x}\right)^3$$

$$= \frac{-\frac{1}{3} \times 2^5}{\frac{2}{2^2}} \times x^{-3} \times y^3 = \frac{-2^2}{\frac{2}{2^2}} \times x^{-3} \times y^3 = -3 \times x^{-3} \times y^3 = -3 \times \frac{y^3}{x^3} = -3 \left(\frac{y}{x}\right)^3$$

$$\frac{y}{x} = 1 \text{ يعني } x = y \text{ يعني } x - y = 0$$

$$E = -3 \left(\frac{y}{x}\right)^3 = -3 \times (1)^3 = (-3) \times 1 = -3$$

$$\frac{y}{x} = -1 \text{ يعني } x = -y \text{ يعني } x + y = 0$$

$$E = -3 \left(\frac{y}{x}\right)^3 = -3 \times (-1)^3 = (-3) \times (-1) = 3$$

$$\frac{y}{x} = 3 \text{ يعني } 3x - y = 0$$

$$b = -\frac{3}{2} \text{ و } a = -\frac{1}{2}$$

$$F = a^2 + ab + b^2 = (a+b)^2 = \left(-\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2 = \left(-\frac{4}{2}\right)^2 = (-2)^2 = 4$$

$$b = a^2 = (-2)^2 = 4 \text{ و } a = -2$$

$$F = (a+b)^2 = ((-2)+4)^2 = (2)^2 = 4$$

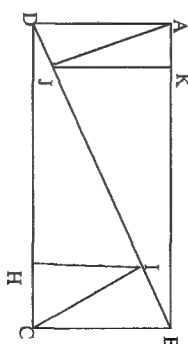
$$D/ \text{ يعني } F = 0 \text{ يعني } (a+b)^2 = 0 \text{ يعني } a+b=0 \text{ يعني } b = -a \text{ إذن } a \text{ و } b \text{ متقابلان.}$$

تبرين عدد 03:

$$(a+1)(a-1) - a^2 = a^2 - a + a - 1 - a^2 = -1$$

$$10001(10^4 - 1) - 10^8 = -1 \text{ إذن } a = 10^4$$

$$2) \text{ نستعمل } a = 10^4 \text{ و } 10^8 = 10001(10^4 - 1) + 1$$



1/ في المثلثين القائمين ADI و CBI

* $AD = BC$ (مستطيل ABCD)

* $\hat{D}IA = \hat{B}IC$ (في المستطيل القطر AN يقسمه العناصر

محصولان بنصفيات زوايا)

إذن المثلثان ADI و CBI متقابلان حسب الحالة الأولى لتأسيس المثلثات القائمة

ج- نستنتج من تقاس المثلثين ADI و CBI أن بقية العناصر

و لدينا $DI = BJ$ و $BD - BI = BD - DJ$

2/ في المثلثين القائمين ADI و BIK لدينا

* $BI = DI$ (حسب السؤال 1 و 2) * $IDH = JBK$ (القطران في المستطيل محمولات بنصفيات زواياه)

إذن المثلثان ADI و BIK متقابلان حسب الحالة الأولى لتأسيس المثلثات القائمة.

ج- ينتج عن تقاس المثلثين ADI و BIK أن بقية العناصر الظاهرة الأخرى متقاسة و منها

مثال عدد 1

فرض مراقبة عدد 6

$$904,32 \text{ cm}^3 / \text{د} \quad \frac{\pi r^2 h}{3}$$

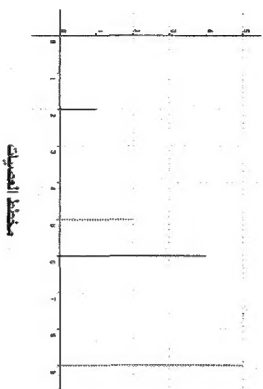
عدد السنوات	1	2	3	4	5
عدد التلاميذ	2	5	8	6	9

تبرين عدد 10
ب/أ $\frac{7}{12}$ $15/$
تبرين عدد 02
ب/أ $\frac{7}{12}$ $15/$

ب/أ- التكرار الجملي لهذه المسألة الاحصائية هو 30.
ج/أ- متوال هذه المسألة هو 5
د/أ- مدى هذه المسألة هو 4.

هـ/أ-

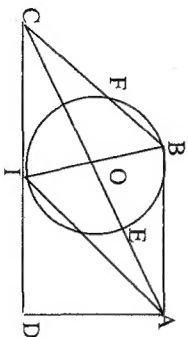
عدد السنوات



مخطط العرقيات

عدد التلاميذ

تبرين عدد 03



$$1 \text{ أ-ب- مساحة شبه المنحرف } ABCD \\ \frac{(4+6) \times 4}{2} = 10 \times 2 = 20 \text{ cm}^2$$

2/ب- لدينا $[AB] = [CI]$ و $[AB] \parallel [CI]$ لذا الرباعي $ABCI$ هو متوازي أضلاع
3/ب- لدينا القطران $[BI]$ و $[EF]$ يتقاطعان في منتصفهما O و $[BI] \parallel [EF]$ هو مستطيل.

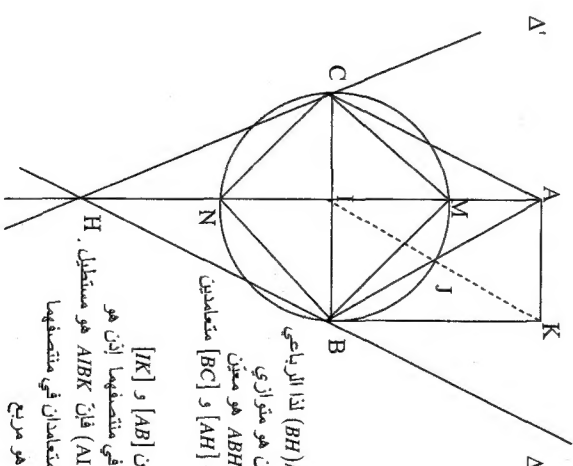
$$x = -\frac{3}{5} \times (-2) = -\frac{6}{5} \quad \text{يعني} \quad \frac{y}{5} = -\frac{2}{3} \quad \text{يعني} \quad y = -\frac{10}{9}$$

$$y = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} \quad \text{يعني} \quad y = \frac{10}{9}$$

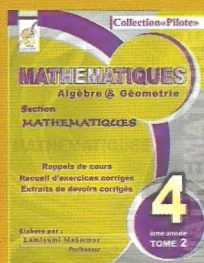
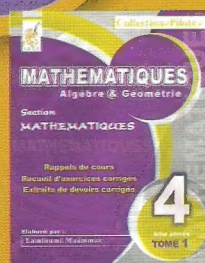
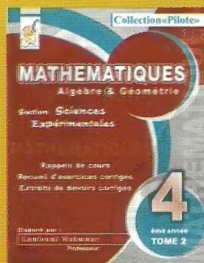
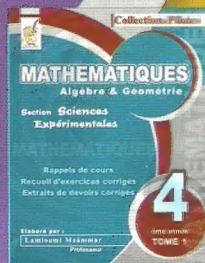
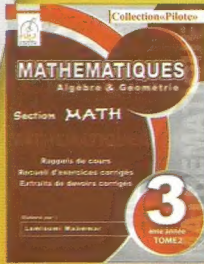
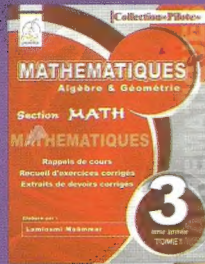
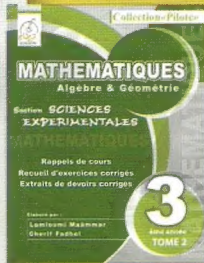
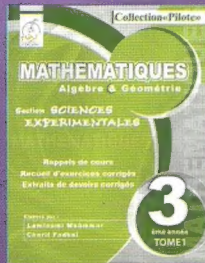
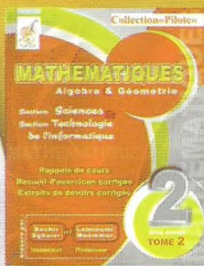
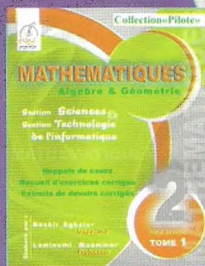
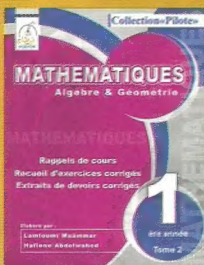
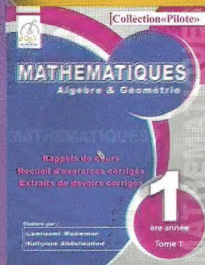
$$2(a-1) = -(a-1) \quad \text{يعني} \quad \frac{2a-1}{-1} = \frac{a-1}{2} \quad \text{يعني} \quad 2a-1 = -\frac{a-1}{2}$$

$$4a-2 = -a+1 \quad \text{يعني} \quad 5a = 3 \quad \text{يعني} \quad a = \frac{3}{5}$$

تبرين عدد 04



1/ب- لدينا $(AB) \parallel (HC)$ و $(AC) \parallel (BH)$ لذا الرباعي $ABHC$ أضلاعه المتقابلة متوازياتين هو متوازي
الأضلاعو بما أن $AB = AC$ فإن $ABHC$ هو مربع
ج- بما أن $ABHC$ مربع فإن قطراه $[AH]$ و $[BC]$ متعامدين
أي $(AH) \perp (BC)$
2- ب- لدينا النقطة I منتصف كل من $[AB]$ و $[KC]$
لذا الرباعي $AIBK$ قطراه يتقاطعان في منتصفهما إذن هو
متوازي الأضلاع و بما أن $(AI) \perp (IB)$ فإن $AIBK$ هو مستطيل.
3/ب- لدينا القطران $[MN]$ و $[BC]$ متعامدان في منتصفهما
I و $[BC] \parallel [MN]$ لذا الرباعي $MBCN$ هو مربع



نهج حقوز عمارة أنيس 3000 صفاقس
الهاتف 74 227 967 74 222 117
فاكس 74 200 655
الجوال 97 677 469 98 418 721
Site web: www.carthage-edition.tn
E-mail: contact@carthage-edition.tn



طبعة النصف الفتي
Imprimerie Reliure d'Art
Tél.: +216 74 432 030 - Fax: +216 74 432 248



ISBN: 978-9973-56-104-6

الثمن: 6.000